



## PROBLEMAS GEOMÉTRICOS ABORDADOS NA ALTA IDADE MÉDIA (ENTRE OS SÉCULOS V E XI)

Daniel Lira Avelino<sup>1</sup>

Viviane de Oliveira Santos<sup>2</sup>

### RESUMO

Este trabalho é parte do projeto de pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) “Aspectos históricos da Geometria na Idade Média”, do Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Neste trabalho, são apresentados acontecimentos que marcaram o desenvolvimento da geometria na Alta Idade Média, que corresponde a um período da história europeia entre os séculos V e XI, aproximadamente. Nosso foco principal é estudar os conhecimentos geométricos abordados nesse período, podendo relacionar os problemas geométricos com outras áreas como por exemplo a aritmética e a álgebra. Durante o período do projeto de pesquisa, estudou-se o desenvolvimento da geometria na Alta Idade Média, e todas as etapas aconteceram em formas de seminários de iniciação científica com os membros do Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática além das pesquisas em livros, artigos e dissertações.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Geometria. Idade Média.

### INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte do projeto de pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) “Aspectos históricos da Geometria na Idade Média” do Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática da Universidade Federal de Alagoas. No projeto, exploramos o desenvolvimento da geometria por meio do estudo de problemas encontrados ao longo da História da Matemática, analisando aspectos históricos destes problemas e suas respectivas soluções.

Para discutir o desenvolvimento da geometria na Alta Idade Média, exploramos os estudos de Eves (2011), abordando a matemática após a queda

---

<sup>1</sup> Graduando do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). E-mail: daniel.avelino@im.ufal.br

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática/ Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). E-mail: viviane.santos@im.ufal.br



do Império Romano, o qual resultou na escassez do ensino matemático durante Alta Idade Média. Também dialogamos com os estudos de Saito (2015), que discorre sobre a geometria e a aritmética na Alta Idade Média, indicando a relação da matemática com a tentativa de decifrar os mistérios ocultos nos números das Sagradas Escrituras e a associação entre geometria, metafísica e agrimensura, tendo um papel importante na reflexão cristã. O autor também faz menção a geometria árabe desenvolvida nesse período, geometria esta que se apoiou e se fortaleceu à margem das traduções dos livros de Euclides.

Para finalizar, são apresentados alguns problemas geométricos da Alta Idade Média, baseados em Roque (2012) em que a autora destaca o matemático Al-Khwarizmi com seus métodos algébricos cuja resolução partia de exemplos, mas que seus métodos deveriam servir para casos numéricos.

## **METODOLOGIA**

Durante o período do projeto de pesquisa estudou-se o desenvolvimento da geometria na Idade Média. Nesse sentido, todas as etapas aconteceram em formas de seminários de Iniciação Científica com os membros do Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática.

Antes de iniciar o estudo específico dos conteúdos de História da Matemática, iniciou-se um estudo sobre a pesquisa nessa área, conhecendo os textos de História da Matemática, como Roque (2012), Roque e Carvalho (2012), Saito (2015) e Eves (2004), além de pesquisar em artigos, dissertações e teses abordando os temas, além de livros didáticos. Tendo como principais objetos de pesquisa em: história da matemática; geometria na Alta Idade Média; problemas de geometria abordados na Alta Idade Média; e a resolução de problemas geométricos abordados na Alta Idade Média. Para tanto, o primeiro passo dessa pesquisa foi identificar a abordagem da geometria ao longo do período estudado (séculos V até XI) e, com isso, foram analisados os problemas de geometria encontrados.



## CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS SOBRE A MATEMÁTICA NA ALTA IDADE MÉDIA

De acordo com Eves (2011), o período entre a metade do século V até o século XI é conhecido como Alta Idade Média. Nesse período, somente “os monges dos mosteiros católicos e alguns leigos cultos preservaram um tênue fio de saber grego e latino” (EVES, 2011, p. 289).

Segundo o mesmo autor, os romanos não se interessavam pela matemática abstrata, tinham apenas interesse para “os aspectos práticos da matemática, ligados ao comércio e à engenharia” (EVES, 2011, p. 289).

Nessa escassez de estudos da matemática durante a Alta Idade Média, Eves (2011) retrata o papel importante do “estadista romano Boécio, os clérigos eruditos ingleses Beda e Alcuíno e o famoso sacerdote e erudito francês Gerbert na história da matemática na Alta Idade Média”. Os livros de geometria e aritmética de Boécio (c. 475-524) foram adotados em escolas monásticas, por muitos séculos. Para além disso,

[...] a Geometria de Boécio se resume nos enunciados das proposições do Livro I e numas poucas proposições escolhidas dos Livros III e IV dos *Elementos de Euclides*, juntamente com algumas aplicações à mensuração; e sua Aritmética se baseava na de Nicômaco, escrita quatro séculos antes, um trabalho enfadonho e meio místico, embora tivesse desfrutado de alto prestígio. (Há quem defenda que pelo menos parte da Geometria é espúria.) Com esses trabalhos e sua obra filosófica, Boécio tornou-se o fundador da escolástica medieval’ (EVES, 2011, p. 289).

O inglês Beda (c. 673-735), mais tarde distinguido com o qualificativo de o Venerável, foi um dos eruditos mais importantes nos tempos medievais, escreveu alguns trabalhos sobre matemática, como o calendário e a contagem com os dedos. Outro erudito inglês foi Alcuíno (735-804), ele também escreveu alguns trabalhos sobre a matemática, como uma coleção de problemas em forma de quebra-cabeça, influenciando alguns autores de textos escolares por vários séculos. Ele foi convidado por Carlos Magno para elaborar um projeto educacional ousado. (EVES, 2011)



Já o erudito francês Gerbert, produziu ábacos, globos terrestres e celestes e um relógio. Ele também foi “considerado um erudito profundo, escreveu sobre astrologia, aritmética e geometria, embora sua obra matemática seja de pouco valor” (EVES, 201 p.291).

Outro autor que trata sobre a matemática na Alta Idade Média é Saito (2015), abordando que na Alta Idade Média as matemáticas começaram a ser usadas para decifrar os mistérios ocultos nos números das Sagradas Escrituras. Assim, a aritmética e a geometria eram vistas como ciências primeiras na ordem divina e natural. O autor destaca que nesse período a geometria ficou confinada no Oriente, os poucos materiais sobre a geometria teórica eram simplificados e fragmentados, atendiam apenas as necessidades básicas do cotidiano. No período entre os séculos V e XI, estudiosos cristãos do Ocidente latino buscaram reorganizar as ciências com base no pouco material disponível.

Nesse período, a geometria teve um papel fundamental na reflexão cristã, ocorrendo uma associação entre geometria, metafísica e agrimensura. Algumas fontes que influenciaram essa associação foram o Timeu de Platão e diversas passagens bíblicas que abordavam indiretamente a objetos da geometria e a ideia de um Deus geômetra. De acordo com Saito,

[...] essas passagens foram interpretadas juntamente com outras encontradas no Timeu, em que Demiurgo dera forma ao universo, criando-a a partir de formas eternas e imutáveis. As passagens, por exemplo, do Gênesis (1:1-2), que rezava que ‘No princípio criou Deus o céu e a terra. E a terra era sem forma e vazia; e havia trevas sobre a face do abismo; e o Espírito de Deus se movia sobre a face das águas’, e dos Eclesiásticos (18:1), que afirmava que ‘Aquele que vive para sempre criou tudo de uma forma comum’, referiam-se a um universo sem ‘forma’ e ‘vazio’. E a forma que Deus deu ao universo encontrava-se em provérbios (8:27-29), que rezava que quando ele preparava os céus, aí estava eu; quando traçava um círculo sobre a face do abismo, quando estabelecia o firmamento em cima, quando se firmavam as fontes do abismo, quando ele fixava ao mar o seu termo, para que as águas não traspassassem o seu mando, quando traçava os fundamentos da terra (SAITO, 2015, pp.127-128).

Dessa maneira, Saito (2015) reitera que a relação entre a gramática, a geometria e o uso da geometria na interpretação de questões metafísicas



constituíram grande parte do contexto da geometria medieval. Assim, na Alta Idade Média, “pouca atenção se deu para as demonstrações geométricas à moda euclidiana, restringindo-se basicamente à interpretação simbólica e alegórica das figuras e suas propriedades” (SAITO, 2015, p, 129).

Porém, o autor também retrata que ao longo dos séculos V e XII, esse cenário passou por algumas modificações, em que ocorreram um estreitamento das relações entre a geometria e a agrimensura. Dessa forma, a cultura monástica teve o foco de buscar “resgatar e ampliar as técnicas de medidas do mundo greco-romano, incorporando-as ao que ficou conhecido por *practica geometriae* [...]”. (SAITO, 2015, p.129).

Para além disso, Saito (2015) cita sobre a geometria árabe desenvolvida nesse período, em que a geometria foi desenvolvida e estabelecida a margem das traduções dos livros de Euclides. Voltando-se mais para as questões de ordem prática, considerando os estudos de Arquimedes e Apolônio. Além de que os árabes diferenciavam dois tipos de problemas: os de construção e os de cálculo. Com relação ao primeiro, eles continuaram tributários dos métodos da geometria grega clássica e dedicaram-se ao estudo das mesmas questões que seus predecessores alexandrinos (por exemplo, ao problema da trissecção do ângulo), sem a aritmética e a recém-desenvolvida álgebra. Por outro lado, eles tiveram predileção pelos problemas de cálculo suscitados pela geometria.

## **A ÁLGEBRA DE AL-KHWARIZMI: UM PROBLEMA GEOMÉTRICO**

Roque (2012), retrata que em meados dos séculos VIII e XII, a cidade de Bagdá possuía os mais eficientes centros científicos do mundo, com matemáticos que detinham conhecimentos de obras gregas e orientais. A autora também delineia que:

A partir do século IX, essa cultura desenvolveu para uma produção matemática original que tinha na álgebra um de seus pontos fortes. A grande influência das obras clássicas não impediu o surgimento de uma matemática nova, e o matemático mais ilustre desse século foi Al-Khwarizmi” (ROQUE, 2012, p. 219).

De acordo com Roque (2012), a resolução de problemas devia ser tratada:

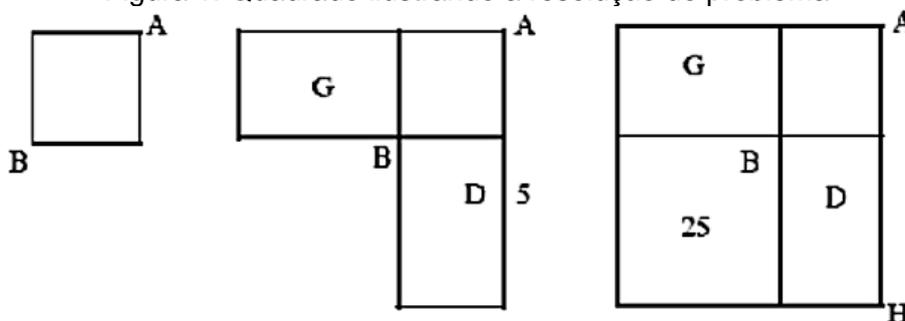
[...] a partir de exemplos, mas o método devia servir para dados numéricos quaisquer dentro daquele caso. Para o quarto caso, Al-Khwarizmi considera o exemplo “um Mal e dez Jidhr igualam 39 dinares”, que em nossa notação algébrica seria representado como  $x^2 + 10x = 39$  (ROQUE, 2012 p. 252).

Desse modo, o algoritmo de resolução de Al-Khwarizmi poderia ser descrito assim:

Tome a metade da quantidade de *Jidhr* (que neste exemplo é 5);  
Multiplique essa quantidade por si mesma (obtendo 25);  
Some no resultado os *Adad* (fazemos  $39 + 25 = 64$ );  
Extraia a raiz quadrada do resultado (que dá 8);  
Subtraia desse resultado a metade dos *Jidhr*, encontrando a solução (essa solução é  $8 - 5 = 3$ ) (ROQUE, 2012, p. 252).

Ainda segundo Roque (2012, p. 253), “Al-Khwarizmi acrescenta: ‘A figura para explicar isto é um quadrado cujos lados são desconhecidos.’ Deve-se construir um quadrado de diagonal AB (Figura 1) que represente o *Mal*, ou o quadrado da raiz procurada, e dois retângulos iguais, G e D, cujos lados são a raiz procurada e 5, metade de 10. A figura obtida é um *gnomon* de área 39. Completando essa figura com um quadrado de lado 5 (área 25), obtemos um quadrado de área 64 ( $= 39 + 25$ ). O lado desse quadrado mede 8. Daí obtém-se que a raiz procurada é 3 ( $= 8 - 5$ ).”

Figura 1: Quadrado ilustrando a resolução do problema



Fonte: Roque (2012, p. 235)

É possível compreender que a resolução desse problema geométrico expõe e valida a importância de observar o quadrado na solução algébrica. Salientando que o objetivo de Al-Khwarizmi era explicar a divisão do número de *Jidhr* em duas metades, servia apenas para explicar sua fundamentação.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas discussões, foi possível compreender que a matemática na Alta Idade Média foi escassa, assim como era os homens cultos da época que detinham o saber grego e o latino. Além do mais, a matemática estava associada ao comércio, a atividades do dia a dia e à engenharia.

Também percebemos que a geometria ficou confinada no Oriente, e foi usada para interpretar passagens das Sagradas Escrituras e estudar a associação entre geometria, metafísica e agrimensura. Assim, a matemática nesse período estava fragmentada e voltada para as questões de ordem prática.

Desse modo, compreendemos que entre séculos VIII e XII surgiu uma nova matemática, o matemático Al-Khwarizmi teve grande destaque nesse período e influenciou a resolução dos problemas geométricos, tais problemas estavam ligados a uma geometria prática que também utilizava métodos babilônicos e indianos.

No mais, apesar de ser uma pesquisa concluída em ciclo de iniciação científica, vale considerar que ainda há muito a se pesquisar os problemas geométricos abordados ao longo da história e História da Educação Matemática, deixando aqui temas para pesquisas, debates e trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. tradução: Hygino H. Domingues, São Paulo: Editora da Unicamp, 2004.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. Livraria da Física, 2015.