



LIVROS EXAME DE ARTILHEIROS (1744) E EXAME DE BOMBEIROS (1748): alguns problemas relacionados com *Os Elementos* de Euclides

Lucas Queiroz Cordeiro de Moura¹

Viviane de Oliveira Santos²

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) denominado “Livros Exame de Artilheiros (1744) e Exame de Bombeiros (1748): alguns problemas relacionados com *Os Elementos* de Euclides”. O TCC foi parte da pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) denominado “Problemas geométricos da História da Matemática em livros didáticos”, realizado pelo Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). Dentro dos contextos de História da Matemática e História da Educação Matemática, foram abordados os livros didáticos *Exame de Artilheiros* (1744) e o *Exame de Bombeiros* (1748), ambos de José Fernandes Pinto Alpoim (1700 – 1765), buscando identificar o uso da Geometria e as possíveis relações dessas obras com *Os Elementos de Euclides*. Apresentaremos brevemente sobre a vida de Alpoim, suas obras e alguns problemas encontrados nos livros de Alpoim que fazem menções ou que possuem conexões com a obra de Euclides. Os resultados alcançados foram de grande valia, pois visa estreitar as relações da História da Matemática em livros didáticos. Salienta-se que alguns dos problemas apresentados foram encontrados em outros trabalhos como o de Meneses (2007) e alguns problemas foram traduzidos pelos próprios autores.

Palavras-chave: Exame de Artilheiros. Exame de Bombeiros. *Os Elementos*. Alpoim. História da Matemática.

INTRODUÇÃO

Este estudo corresponde a um recorte da pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) denominado “Problemas geométricos da História da Matemática em livros didáticos”, realizado pelo Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática da Universidade Federal de Alagoas (Ufal) que culminou em um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

¹ Mestrando da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). E-mail: lucas.moura@im.ufal.br

² Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). E-mail: viviane.santos@im.ufal.br



O TCC teve como objetivo relacionar alguns problemas das obras *Exame de Artilheiros* e *Exame de Bombeiros* de Alpoim com *Os Elementos de Euclides* para entender o processo geométrico e destacar a importância dessas obras na História da Educação Matemática. Além disso, Moura (2022) explora os problemas das obras de Alpoim, refletindo sobre procedimentos matemáticos que ocorreram ao longo da História da Matemática; e analisamos como a geometria tem sido abordada em livros didáticos, relacionando problemas geométricos da História da Matemática encontrados em livros didáticos.

Por ser um recorte do TCC, apresentaremos de forma concisa sobre a vida de José Fernandes Pinto Alpoim, suas obras *Exame de Artilheiros* e *Exame de Bombeiros*, e alguns problemas encontrados nessas obras que possuem menções ou relações com *Os Elementos de Euclides*.

Em busca de compreender melhor a relação entre as obras de Alpoim com *Os Elementos de Euclides*, destaca-se a importância da obra grega no ensino da Matemática. Segundo Goulart (2020), a Geometria Euclidiana foi e ainda é o retrato utilizado no ensino de Matemática, é por essa e outras razões que os conhecimentos compilados por Euclides há mais de dois mil anos constituem uma obra de grande importância para a comunidade matemática.

O *Exame de Artilheiros* foi reimpresso em forma fac-similar³ em 1987 pela Xerox do Brasil numa edição limitada e distribuída a quem por ela se interessasse. Já o *Exame de Bombeiros* é bem menos conhecido, uma vez que não existem reimpressões modernas, e só são encontrados alguns poucos exemplares nas seções de obras raras de um número limitado de bibliotecas (PIVA; FILGUEIRAS, 2008).

Essa pesquisa se propõe a apresentar alguns problemas geométricos encontrados nos livros de Alpoim, bem como aproximar tais problemas com *Os Elementos de Euclides*. Para mais aprofundamento sobre este trabalho, recomenda-se a leitura do TCC (MOURA, 2022).

JOSÉ FERNANDES PINTO ALPOIM E SUAS OBRAS

³ É uma edição nova geralmente de um livro ou artigo que apresenta uma reprodução exata da edição original, incluindo fontes de letras, escalas, ilustrações.

José Fernandes Pinto Alpoim nasceu em Viana do Castelo em Portugal, em 14 de julho de 1700, filho de Vasco Fernandes de Lima, militar, e Revocata Pinto Alpoim. Ele estudou na *Academia de Viana* durante sua formação militar, foi professor substituto nessa *Academia*, mestre de engenhos (engenheiro) até que, em 1738, foi promovido a sargento-mor do *Batalhão de Artilharia* do Rio de Janeiro, para ministrar aulas nos cursos de *Artilharia e Fortificações*. Faleceu em 7 de janeiro de 1765. (AMATI, 2010)

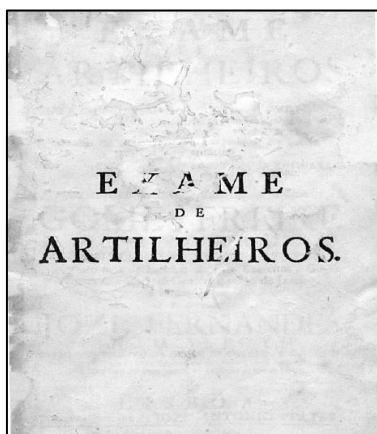
Sobre a localização de onde os livros *Exame de Artilheiros* e *Exame de Bombeiros* foram impressos, houve bastante discussão, pois inicialmente foram impressos em uma tipografia no Rio de Janeiro, já que Alpoim morava no Brasil. No entanto, Felix Pacheco esclareceu em sua publicação *Duas Charadas Bibliográficas* no ano de 1931, após um levantamento e comparações entre os caracteres tipográficos dos livros e os da oficina tipográfica de Jozé Antonio Plattes, localizada em Lisboa, e da oficina de Francisco Martinezabad, Madri e outras obras impressas nas oficinas tipográficas, que o livro *Exame de Artilheiros* fora impresso em Lisboa e o *Exame de Bombeiros* em Madri. (PIVA; SANTOS, 2011)

Segundo Sena e Dorneles (2013), ambos os livros possuíam conceitos geométricos e o principal objetivo era alcançar conhecimentos que contribuíssem para a atuação na carreira militar, sendo o ensino de Geometria organizado com definição, explicação e exemplo numérico. Pode-se perceber que, nessa época, a preocupação principal era que os militares aprendessem na prática, sem o rigor científico dos teoremas, demonstrações e corolários.

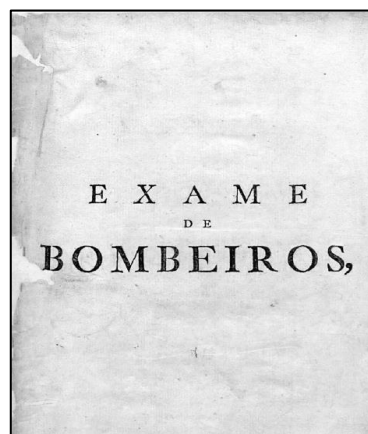
Monteiro (2015) ressalta que apesar dos livros possuírem a essência voltada a objetivos militares, também tinham objetivos didáticos pedagógicos. O autor afirma que o *Exame de Artilheiros* possuía como foco principal a Geometria e o *Exame de Bombeiros* a Geometria e a Trigonometria. Seguem nas figuras 1 e 2, as capas dos livros utilizados como alicerce para essa pesquisa.

Figura 1 – Exame de Artilheiros

Figura 2 – Exame de Bombeiros



Fonte: Alpoim, 1744.



Fonte: Alpoim, 1748.

Em relação ao *Exame de Artilheiros*, o livro possui 236 páginas e é dividido em três partes: Tratado de Aritmética, Tratado de Geometria e o Tratado de Artilharia, sendo o último composto por quatro apêndices. O Tratado de Aritmética está localizado nas páginas 1 a 33, o Tratado de Geometria entre as páginas 35 e 57 e o Tratado de Artilharia entre 59 e 91. O terceiro tratado é constituído de quatro apêndices das páginas 193 a 236 e as páginas não citadas são ocupadas por ilustrações de materiais de guerra e tabelas.

Segundo Meneses (2007), a essência do livro *Exame de Artilheiros* era a Geometria, porém, no primeiro capítulo, o livro prioriza a Aritmética, tendo em vista que os ensinamentos referentes à Geometria necessitam de um conhecimento aritmético, enfatizando as quatro operações fundamentais. Piva e Santos (2011) relatam também unidades de grandeza, frações e regra de três.

O *Exame de Bombeiros* possui 396 páginas e o livro é composto por dez tratados. Assim como o *Exame de Artilheiros*, o livro foi abordado no formato de perguntas e respostas, e, segundo Meneses (2007), o conteúdo foi mais aprofundado e havia uma preocupação maior com o rigor. Amati (2010) classifica esses dez tratados como: Geometria, Nova Trigonometria, Longemetria, Altimetria, Morteiros, Morteiros pedreiros, Obus, Petardos, Baterias de morteiros (acrescido de dois apêndices) e Fogos de artifício (acrescido de dois apêndices).

Valente (1999) conclui que:

Pela análise desses dois compêndios concluímos que os livros de Alpoim eram mais preocupados em instruir como proceder dentro das atividades militares do que criar seqüências de princípios,



exemplos, generalização, exercícios. No entanto podemos perceber a utilização de conceitos geométricos em sua obra, mesmo que sob o título de Geometria prática. O fato importante que podemos observar nessas obras é que a Geometria, objeto de nosso estudo no Brasil, já se fazia presente e necessária desde um longo tempo e, mais do que isso, “esses textos representam a fonte mais remota para investigação das origens da matemática escolar no Brasil” (VALENTE, 1999, p. 60).

Amati (2010) nos apresenta alguns processos de construções de instrumentos encontrados no *Exame de Bombeiros*, como a sua esquadra diretora, um petipé⁴, e no tratado sobre morteiros, descreve as bombas e ensina o método prático para separá-las e classificá-las pelos diferentes tamanhos. (AMATI, 2010, p. 34)

ALGUNS PROBLEMAS DAS OBRAS DE ALPOIM

Os problemas escolhidos para este trabalho, como dito anteriormente, foram aqueles que possuem uma relação com *Os Elementos de Euclides*. Vale lembrar que os problemas encontrados e analisados nesse trabalho foram traduzidos do português de Portugal para o português do Brasil com o intuito de ser mais acessível para os leitores.

Sobre a estrutura do livro, Amati (2010) argumenta que a linguagem encontrada tem como objetivo oferecer uma base matemática aos estudantes, já que sua formação era precária, com isso, Alpoim utilizou um método prático baseado em perguntas e respostas.

Em Alpoim (1744, p. 36), temos a seguinte pergunta: “Qual a origem da Geometria?” O autor nos explica que a Geometria é tão antiga quanto o mundo e que se desenvolveu com os chineses e os egípcios, porém a civilização que mais se destacou foram os gregos, na qual Euclides possivelmente “colheu” ideia de todos que compõe sua obra *Os Elementos*. Com isso, notamos nesse trecho que Alpoim apresenta uma certa importância sobre a obra de Euclides que culminará como auxílio para resolver os problemas em suas obras.

De acordo com Juliani (2009), sobre os conceitos de Geometria, Alpoim utiliza *Os Elementos de Euclides* como sua base. Inicialmente, Alpoim traz as

⁴Tipo de régua com divisões.

definições, assim como Euclides, como as definições de ponto e reta com alguns acréscimos.

P. 99. Que é ponto? (ALPOIM, 1744, p. 36 *apud* MENESES, 2007, p. 25)

R. 100. Ponto é o que não tem partes. O ponto se supõe, e considera, como indivisível: Logo não têm partes, em que se possa dividir. Praticamente, é o final, que não se opõe com o bico de uma pena, ou ponta de um compasso como A. (ALPOIM, 1744, p. 36 *apud* MENESES, 2007, p. 25)

Como foi dito sobre a semelhança com o clássico grego, em Euclides (2009, p. 97), a tradução da obra, temos a definição de ponto como: “Ponto é aquilo de que nada é parte”. Nota-se a semelhança e o complemento feito por Alpoim a respeito da definição de ponto.

O mesmo procedimento acontece com a definição de reta:

P. 101. Que é linha? (ALPOIM, 1744, p. 36 *apud* MENESES, 2007, p. 25)

R. Linha geralmente tomada, é um comprimento sem largura, nem altura, como a linha AB, que sendo extensa de A para B, não tem largura. (ALPOIM, 1744, p. 36 *apud* MENESES, 2007, p. 25)

Em Euclides (2009, p. 97), encontramos a definição de reta como: “E linha é comprimento sem largura”, definições semelhantes com a de Alpoim contendo acréscimos, como por exemplo a “linha AB”. Juliani (2009) menciona que a definição de linha reta é a mesma que aparece em traduções latinas e português da obra grega, onde a reta não é infinita.

Para definir extremos de uma reta, Alpoim (1744) traz:

P.103. Que são extremos de uma linha? (ALPOIM, 1744, p. 37 *apud* MENESES, 2007, p. 25)

R. São pontos, como o ponto A, e o ponto B. (ALPOIM, 1744, p. 37 *apud* MENESES, 2007, p. 25)

Figura 3 – Construção dos extremos de uma reta feita por Alpoim



Fonte: Alpoim, 1744, p. 36.

Euclides (2009, p. 97) define como: “Extremidades de uma linha são pontos”. As definições aparentemente apresentam uma escrita semelhante com

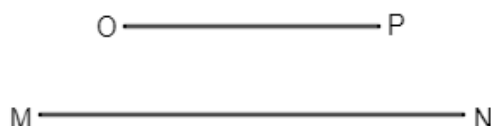
uma singela diferença, isso só representa uma mudança na escrita matemática entre Alpoim e a encontrada em *Os Elementos*.

Meneses (2007) afirma que outros problemas realizados por Alpoim exploram as noções de retas paralelas, círculo, semicírculo, ângulos, divisão de ângulos, triângulos retilíneos, triângulos isósceles etc.

P. 117. Que são linhas paralelas? (ALPOIM, 1744, p. 40 *apud* MENESES, 2007, p. 27)

R. Paralelas, são linhas, que em todas as suas partes estão distantes igualmente entre si, como as linhas, MN, OP, que ainda que se prolongue, jamais poderão encontrar. (ALPOIM, 1744, p. 40 *apud* MENESES, 2007, p. 27)

Figura 4 – Construção de retas paralelas realizada por Alpoim



Fonte: Alpoim, 1744, p. 46.

Euclides (2009, p. 98) define como: “Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas, ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram”.

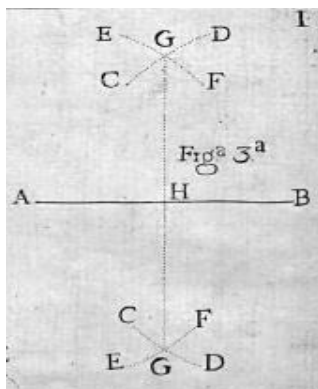
Para uma análise dos problemas encontrados no *Exame de Bombeiros*, Juliani (2009) considera o livro uma continuação do *Exame de Artilheiros*, contendo uma matemática mais elaborada, como o livro mencionado anteriormente. O *Exame de Bombeiros* menciona em alguns problemas a obra *Os Elementos de Euclides*, como por exemplo no procedimento que ele ensina a dividir uma reta no meio. A pergunta e a resposta foram traduzidas pelos autores deste trabalho.

P. Como se divide uma reta pelo meio? (ALPOIM, 1748, p. 2, tradução nossa)

R. Desta forma: Deixe a reta AB, que queremos dividir, ser dividida em duas partes iguais: Colocaremos uma ponta do compasso em A, e com uma abertura maior que a metade da reta, descreveremos os arcos EF, para um, e para o outro; e com esta mesma abertura, passaremos o compasso, para B, e também descreveremos os arcos CD, que se cruzarão com o primeiro, nos pontos G, G; e tomando a linha GG desses pontos, ela cortará AB

em H, e AB será dividido em duas partes iguais AH, AH. Eucl. Prop. 10. 1. (ALPOIM, 1748, p. 2, tradução nossa)

Figura 5 – Construção para se dividir uma reta no meio realizada por Alpoim



Fonte: Alpoim, 1748, p. 2.

Nota-se que para o problema de dividir a reta no meio, ele menciona a Proposição 10 do livro I da obra *Os Elementos de Euclides*, que é “Cortar em duas a reta limitada dada” (EUCLIDES, 2009, p. 106), e o passo a passo veremos abaixo:

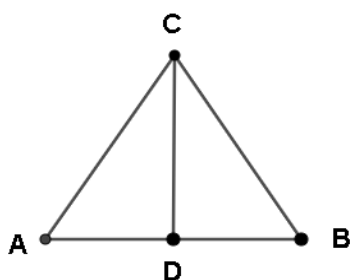
Seja a reta limitada dada AB; é preciso, então, cortar a reta limitada AB em duas.

Fique construído sobre ela o triângulo equilátero ABC, e fique cortado o ângulo sob ACB em dois pela reta CD; digo que a reta AB foi cortada em duas no ponto D.

Pois, como AC é igual à CB, e a CD é comum, então, as duas AC, CD são iguais às duas BC, CD, cada uma a cada uma; e o ângulo sob ACD é igual ao ângulo sob BCD; portanto, a base AD é igual à base BD.

Portanto, a reta limitada dada AB foi cortada em duas no D; o que era preciso provar.

Figura 6 – Construção geométrica da Proposição X do livro I dos *Elementos de Euclides*



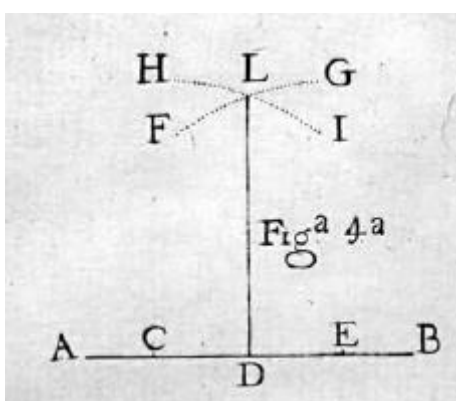
Fonte: Euclides, 2009, p.106.

Outro procedimento de Alpoim que se assemelha a uma proposição da obra de Euclides é a da reta perpendicular, porém, segundo Juliani (2009), há uma certa diferença. Euclides se baseia na igualdade dos ângulos adjacentes e chama esses ângulos iguais de ângulos retos, e Alpoim define usando a inclinação, outro termo não definido, assumindo que perpendicular é uma reta que não se inclina para nenhum lado sobre uma outra reta. Veremos a seguir a explicação de Alpoim sobre linha perpendicular traduzido pelos autores deste trabalho:

P. O que é a linha perpendicular? (ALPOIM, 1748, p. 2, tradução nossa)

R. Linha perpendicular; a uma linha reta, que se encaixa sobre outra, sem inclinar, a nenhuma parte, como a linha reta LD, que caindo sobre AB, não se inclina nem para A nem para B, mas é plano sobre AB. Eucl. Def. 10. (ALPOIM, 1748, p. 2, tradução nossa)

Figura 7 – Construção geométrica da linha perpendicular



Fonte: Alpoim, 1744, p. 61.

Para saber o que é uma circunferência de um círculo, Alpoim (1748) utiliza da Definição 15 do Livro I, *dos Elementos*, depois, o autor define o que é um círculo.

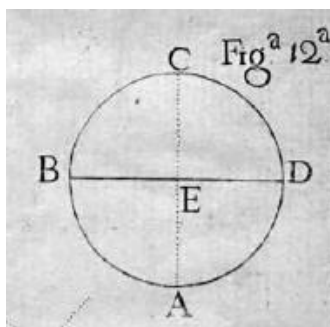
P. Qual é a circunferência de um círculo? (ALPOIM, 1748, p. 08, tradução nossa)

R. Circunferência de um círculo, existe uma linha curva, que circunda em um círculo, como ABCD, ... Eucl. Def. 15. 1 (ALPOIM, 1748, p. 08, tradução nossa)

P. O que é círculo? (ALPOIM, 1748, p. 08, tradução nossa)

R. Um círculo é uma figura plana, terminada por sua circunferência, dentro da qual há um ponto, a partir do qual todas as linhas retas tiradas da circunferência são iguais, ... (ALPOIM, 1748, p. 08, tradução nossa)

Figura 8 – Construção de um círculo.



Fonte: Alpoim, 1748, p. 61.

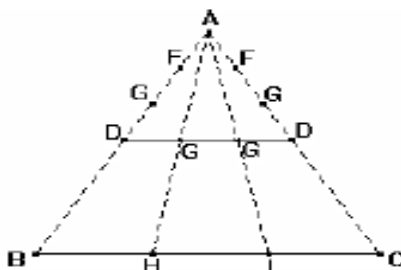
Na definição 15 do Livro I, temos: “Círculo é uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação à qual todas as retas que a encontram [até a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si.” (EUCLIDES, 2009, p. 97)

Juliani (2009) diz que a diferença entre Alpoim e Euclides, é que o primeiro diversas vezes realiza definições usando termos que só serão explicados depois. Dando continuidade aos estudos geométricos, Meneses (2007) mostra que o autor ensina a dividir uma reta em vários segmentos em partes iguais, associando futuramente esse procedimento com a construção do petipé:

Se o comprimento de uma linha reta, como BC, que queremos dividir em três partes iguais, sobre ela faremos um triângulo equilátero ABC; e do ponto A, tomaremos, a vontade, com um compasso, a três partes iguais AF, FG, GD, sobre os lados AB, AC, e do ponto D, ao ponto D, tiraremos a reta DD, e nela poremos as mesmas três partes DG, GG, GD: logo do ponto A, pelos ponto

G, e G, da reta DD, tiraremos as retas AGH, AGU, que dividirão a reta dada BC, em três partes iguais BH, HI, IC: se for em 4, 5 ou mais partes, tomaremos sobre a reta AB, as mesmas partes iguais, fazendo as mesmas operações acima. (Eucl. Prop. 2. 6. Citado por ALPOIM, 1748, p. 16, tradução nossa)

Figura 9 – Divisão de uma reta em partes iguais realizadas por Alpoim.



Fonte: Alpoim, 1748, p. 57.

E o que faz o petipé de bombeiros? Segundo Alpoim (1748, p. 17):

P. O que faz o Petipé dos Bombeiros? (ALPOIM, 1748, p. 17, *apud* MENESES, 2007, p. 30)

R. Petipé simplesmente não é outra coisa mais, que uma linha reta, dividida certo número de partes iguais, que significa braços, varas, palmos etc. (ALPOIM, 1748, p. 17, *apud*, MENESES, 2007, p. 30)

Para auxiliar na divisão de uma reta em partes iguais, Alpoim utilizou a Proposição 2 e a Proposição 4 do livro VI dos *Elementos de Euclides* como nos explica Juliani (2009) e, além disso, apresenta como utilizar tal divisão para a construção do petipé dos bombeiros.

Na Proposição 2 do livro VI temos o seguinte enunciado:

Caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e, caso os lados do triângulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de secção, será paralela ao lado restante do triângulo. (EUCLIDES, 2009, p. 233)

A demonstração pode ser encontrada em Euclides (2009, pp. 233-234) e veremos a seguir:

Fique, pois, traçada a DE, paralela a um dos lados, o BC, do triângulo ABD. Digo que, como a DB está para a DA, assim a CE para a EA.

Fiquem, pois, ligadas às EB, CD.

Portanto, o triângulo BDE é igual ao triângulo CDE; pois estão sobre a mesma base DE e nas mesmas paralelas DE, BC; mas o

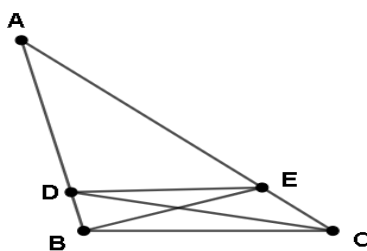
triângulo ADE é algum outro. E as iguais têm para a mesma a mesma razão; portanto, como o triângulo BDE está para o [triângulo] ADE, assim o triângulo CDE para o triângulo ADE. Mas, por um lado, como o triângulo BDE para o ADE, assim o BD para o DA; pois, estando sob a mesma altura, a perpendicular traçada do E até a AB, estão entre si como as bases. Pelas mesmas coisas, então, como o triângulo CDE para o ADE, assim o CE para o EA; portanto, também como a BD para a DA, assim a CE para a EA.

Mas, então, fiquem cortados os dois lados AB, AC do triângulo ABC, em proporção, como a BD para a DA, assim a CE para a EA, e fique ligada a DE; digo que a DE é paralela à BC.

Tendo, pois, sido construídas as mesmas coisas, como a BD está para a DA, assim a CE para a EA, mas, por um lado, como a BD para a DA, assim o triângulo BDE para o triângulo ADE, e, por outro lado, como a CE para a EA, assim o triângulo CDE para o triângulo ADE, portanto, também como o triângulo BDE para o triângulo ADE, assim o triângulo CDE para o triângulo ADE. Portanto, cada um dos triângulos BDE, CDE tem para o ADE a mesma razão. Portanto, o triângulo BDE é igual ao triângulo CDE; e estão sobre a mesma base DE. Mas os triângulos iguais e que estão sobre a mesma base, também estão nas mesmas paralelas. Portanto, DE é paralela à BC.

Portanto, caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e, caso os lados do triângulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de secção, será paralela ao lado restante do triângulo; o que era preciso provar.

Figura 10 – Construção geométrica da Proposição 2 do livro VI dos *Elementos de Euclides*.



Fonte: Euclides, 2009, p. 233.

Alpoim esclarece sua utilização nos procedimentos de guerra: “Serve para calcularmos os alcances das bombas praticamente; como veremos adiante, quando não fizemos trigonometricamente, cujas operações são, quase igualmente certas” (ALPOIM, 1748, p. 17, tradução nossa).



Observando os problemas nos livros de Alpoim, diversos estão relacionados com a prática militar, podendo ser considerados mais de engenharia militar do que de matemática, e os conteúdos matemáticos apresentados em seus livros tratam-se para um público em específico, como artilheiros e bombeiros. Como podemos observar, muitas demonstrações realizadas por Alpoim nos dois livros continua sendo influência de *Os Elementos de Euclides*. Vale frisar que mais problemas com essa mesma finalidade podem ser encontrados em MOURA (2022).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentado a relação de alguns livros didáticos com a História da Matemática, analisando o contexto histórico e alguns dos seus problemas. Para isso, identificamos os primeiros passos do ensino da Geometria no Brasil e analisamos os livros *Exame de Artilheiros* e *Exame de Bombeiros* relacionando os procedimentos encontrados em ambos os livros com a História da Matemática. Vale ressaltar que para a resolução dos problemas tivemos o auxílio de régua e compasso e o software *GeoGebra*.

Este estudo é um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso que teve como o objetivo apresentar alguns problemas das obras de Alpoim que possuem relações com *Os Elementos de Euclides*. Observou-se que alguns problemas possuem menções à obra de Euclides e outros disponham de uma escrita semelhante.

Por fim, constata-se a importância da obra *Os Elementos de Euclides* para a História da Educação Matemática, pois, com o passar dos séculos, a obra serviu como base para o ensino da Geometria.

REFERÊNCIAS

- ALPOIM, J. F. P. **Exame de Artilheiros**, 1744. Reprodução fac-similiar, Rio de Janeiro: Xerox, 1987.
- ALPOIM, J. F. P. **Exame de Bombeiros**. Madri: Oficina de Francisco Martinez Abad, 1748.



AMATI, W. M. **A contribuição de José Fernandes Pinto Alpoim no ensino das técnicas aplicadas a Geometria e a ciência no Exame de Bombeiros.** Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). São Paulo, 2010. Disponível em:
<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/13232/1/Wladimir%20Mendes%20Amati.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2022.

EUCLIDES. **Os Elementos.** Tradução e introdução de Irineu Bicudo. Editora UNESP. São Paulo, 2009.

GOULART, Thais Maria Barbosa. **Os “Elementos” de Euclides visitam o ensino fundamental: análise de tarefas matemáticas pautadas na história da matemática e desenvolvidas no software GeoGebra.** 198 f. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.

JULIANI, F. Análise Matemática do Exame de Bombeiros (José Fernandes Pinto Alpoim). **VIII Seminário Nacional de História da Matemática**, 2009. Belém, Pará. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/309458993_Analise_Matematica_do_Exame_de_Bombeiros_Jose_Fernades_Pinto_Alpoim. Acesso em: 15 dez. 2022.

MENESES, R. S. **Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MONTEIRO, I. A. **O desenvolvimento histórico do ensino de Geometria no Brasil.** Universidade Estadual paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Instituto de Biociências exatas. Unesp – SP, 2015.

MOURA, L. Q. C. **Livros exame de artilheiros (1744) e exame de bombeiros (1748): alguns problemas relacionados com os elementos de Euclides.** Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2022. Disponível em:
<http://www.repositorio.ufal.br/jspui/handle/123456789/10388>

PIVA, T. C. C.; FILGUEIRAS, C. A. L. O fabrico e uso da pólvora no Brasil colonial: o papel de Alpoim na primeira metade do século XVIII. **Química Nova**. Vol. 31, nº 4, 930-936, 2008. Disponível em:
http://static.sites.sbq.org.br/quimicanova.sbq.org.br/pdf/Vol31No4_930_35-AG07431.pdf. Acesso em: 15 dez. 2022.

PIVA, T. C. C.; SANTOS, N. P. O brigadeiro José Fernandes Pinto Alpoim: o cálculo do número de balas de canhão empilhadas na obra Exame de Artilheiros. **Revista Brasileira de História da Matemática**. Vol. 11, nº 21, p. 107-120. Março, 2011. Disponível em: <https://rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/138/122>. Acesso em: 15 dez. 2022.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de geometria: rumos da pesquisa (1991-2011). **Revista Revemat**, Florianópolis, v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n1p138/25095>. Acesso em: 15 dez. 2022.