



ARITMÉTICAS PRODUZIDAS NO PERÍODO ISLÂMICO MEDIEVAL

Suziê Maria de Albuquerque¹

Bernadete Barbosa Morey²

RESUMO

O presente artigo é parte de uma pesquisa doutoral que adentra no contexto islâmico medieval do qual emergem as aritméticas que tratam do sistema posicional decimal. É bastante conhecido em nosso país o nome de al-Khwarizmi (783-850) como o autor de um tratado aritmético considerado como o principal veículo de divulgação no ocidente do sistema de numeração decimal posicional usados originariamente pelos indianos. Apesar de terem sido produzidas outras aritméticas no período islâmico medieval, al-Khwarizmi continua a ser o único nome relacionado a este tópico. No presente artigo, propõe-se conhecer outros autores, o contexto e as características das aritméticas desse período evidenciadas nas publicações dos séculos XX e XXI. Para tanto, foi realizado um levantamento bibliográfico, indicando o que tem sido foco dos pesquisadores das áreas de história da matemática e ensino da matemática nesse assunto. A relevância do estudo se deve a que os saberes aritméticos islâmicos medievais constituem um dos fundamentos para a elaboração do sistema de numeração posicional decimal moderno adotado no ocidente, o sistema de numeração indo-arábico. **Palavras-chave:** Aritméticas islâmicas. Autores islâmicos medievais. História da matemática.

INTRODUÇÃO

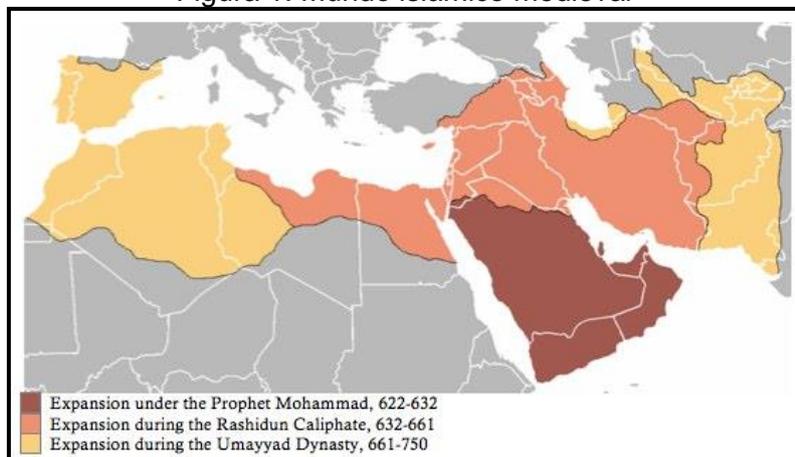
No século VII, povos e tribos nômades que habitavam a Península Arábica se reuniram sob a bandeira do Islã, religião criada por Maomé, que ficou conhecido como o *profeta*. Maomé morreu em 632 deixando boa parte da Península convertida ao islamismo. Seus seguidores terminaram a unificação da Península arábica e iniciaram guerras de conquista para além dos limites da Península. Nesta expansão, em pouco tempo (em torno de um século) já tinham ocupado um vasto território que incluía partes da Ásia Central, Norte da África e a Península Ibérica, como ilustrado no mapa da Figura 1. Nesta região se estabeleceram sociedades nas quais as dimensões políticas, econômica,

¹ Email: peroladiana@hotmail.com

² E-mail: bernadetemorey@gmail.com

científica e cultural eram regidas por princípios da fé no Islã. (YOUSCHKEVITCH, 1976)

Figura 1: Mundo islâmico medieval³



Fonte: Wikimedia Commons

Estamos chamando de *mundo islâmico medieval* ao conjunto de povos e culturas que ocuparam a mencionada região no período do século VII ao XV, aproximadamente. As sociedades islâmicas no período medieval produziram saberes que influenciaram na base formação da ciência moderna em diversas áreas. Entre os trabalhos matemáticos produzidos nesta época, destacamos as aritméticas, sendo que al-Khwarizmi (783-850) é uma referência no assunto por seu *Tratado Aritmético* ser considerado fundamental na divulgação dos números indo arábicos no ocidente. (ALLARD, 1991).

Além desta aritmética, sabemos que outras foram escritas, porém, menos divulgadas e cujo conhecimento sobre elas poderia nos dar uma visão mais ampla e completa do desenvolvimento das aritméticas islâmicas. Buscamos então saber quais foram as aritméticas do período, quem foram seus autores, de qual conteúdo elas tratavam, quando elas foram escritas e como elas se distribuíram no tempo e no espaço geográfico-cultural do mundo islâmico medieval.

Com vistas a responder a tais questionamentos, este artigo está organizado em quatro partes, tomando como primeira a presente introdução. A

³ Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Map_of_expansion_of_Caliphate.svg. Acesso em 30 de jan. 2022.



segunda parte relata os procedimentos adotados no levantamento, seleção e análise dos trabalhos publicados que tratam de aritméticas islâmicas. A terceira parte apresenta as aritméticas mais frequentemente citadas na literatura apresentada no tópico anterior, culminando com o último tópico, no qual as autoras tecem algumas considerações sobre a pesquisa realizada.

PUBLICAÇÕES SOBRE AS ARITMÉTICAS DO PERÍODO ISLÂMICO MEDIEVAL

O percurso metodológico adotado nesta etapa da pesquisa constitui-se em uma revisão sistemática de literatura. Segundo Galvão e Ricarte (2019) o processo deste tipo de estudo é particular a cada pesquisa, adequando-se as especificidades da área de estudo, tomando como ponto de partida a questão de pesquisa. Esta última norteará a seleção das bases de dados a serem consultadas, as estratégias de busca em cada uma delas, a seleção dos trabalhos de acordo com os critérios estabelecidos pelos pesquisadores e a posterior análise dos dados.

A descrição de todas as etapas da pesquisa poderá permitir que outros pesquisadores utilizem sistematização semelhante em suas pesquisas. Neste caso, como se trata de um ensaio inicial se selecionou a base de dados com maior acesso no Brasil, o Portal de Periódicos da CAPES⁴.

De modo específico, foram realizadas buscas avançadas (com a combinação de termos) por trabalhos publicados, se utilizando dos descritores: “aritmética árabe” or “aritmética islâmica”; “*arabic arithmetic*” or “*islamic arithmetic*”; “*arithmétique arabe*” or “*arithmétique islamique*”. Optou-se por estas combinações devido ao fato de os trabalhos com essa temática serem nomeados tanto se referindo ao povo árabe quanto ao período islâmico.

Este procedimento foi executado com a intenção de listar os textos publicados em português, inglês e francês que se aproximem de discussões

⁴ Plataforma que congrega extenso número de periódicos nacionais e internacionais, com acesso gratuito a pesquisadores de universidades brasileiras conveniadas. Acesso em: <https://www.periodicos-capes.gov.br.ez1.periodicos.capes.gov.br/>



históricas que contenham indícios das características dessas aritméticas. De início, essas buscas geraram um total de 852 trabalhos que correspondem a artigos científicos, livros, capítulos de livro e resenhas críticas, dentre eles 12 na busca com os termos em português, 10 em francês e 834 em inglês.

Após essas três buscas, foram analisados o título e o resumo de cada um dos textos por meio de leituras preliminares. A partir disso, listou-se as produções que apresentavam discussões de aspectos no campo da história da matemática dos saberes sobre as aritméticas islâmicas. De acordo com estes critérios adotados, foram selecionados: 1 trabalho em português, 2 trabalhos em francês e 17 em inglês, totalizando 20 trabalhos, como indicados a seguir (Quadros 1 e 2). Além disso, separamos os trabalhos encontrados em artigos, resenhas, capítulos de livro e livros, conforme discriminados nos quadros 1 e 2 abaixo.

Quadro 1: Artigos sobre Aritméticas Islâmicas disponíveis no Portal de Periódicos da CAPES

CÓD	TÍTULO	AUTOR (ES)	ANO	Nº DE PÁG.
A1	The Earliest Extant Arabic Arithmetic Kitab Al-Fusul Fi Al Hisab Al-Hindi of Abu Al-Hasan, Ahmad Ibn Ibrahim Al-Uqlidisi.	A. S. Saidan	1966	25
A2	The semantics of indian numerals in arabic, greek and latin	Charles Burnett	2006	15
A3	On medieval Islamic multiplication tables.	David A King	1974	7
A4	Mixture of Arabic with Roman Numerals during the Time of Transition	E. M. Langley	1925	2
A5	The introduction of numerals in european accounting	John W. Durham	1992	30
A6	À propos d'algorithmes mathématiques élémentaires dans un corpus de textes arabo-latins du Moyen Âge	Marc Moyon	2019	18
A7	Early Texts on Hindu-Arabic Calculation	Menso Folkerts	2011	26
A8	Figuring Out: The Spread of Hindu-Arabic Numerals in the European Tradition of Practical Mathematics (13th–16th Centuries)	Raffaele Danna	2021	44
A9	Considerações iniciais sobre a obra Kitab AL-Fusul Fi Al-hisab Al-Hindi	Suziê Albuquerque e Bernadete Morey	2021	14

Fonte: Elaborado pelas autoras

Quadro 2: Resenhas sobre Aritméticas Islâmicas disponíveis no Portal de Periódicos da CAPES

CÓD	TÍTULO	AUTOR (ES)	ANO	Nº DE PÁG.
R1	Arabic Arithmetic. The Arithmetic of Abū al-Wafā al-Būzajānī (10th Century) MSS. Or. 103 Leiden 42 M Cairo and The Arithmetic of al-Karājī (11th Century), MS 855 Istanbul by A. S. Saidan.	David A. King	1973	3
R2	Arabic Arithmetic. The Arithmetic of Abū Al-Wafā' Al-Būzajānī, 10th Century	G.P. Matvievskaya,	1974	4
R3	The Arithmetic of Al-Uqlīdisī	Yvonne Dold-Samplonius	1979	3
R4	Roshdi Rashed, Entre arithmétique et algèbre, Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes. Paris, Les Belles Lettres, 1984	Régis Morelon	1984	2
R5	The Development of Arabic Mathematics Between Arithmetic and Algebra (Book Review)	Grattan-Guinness	1996	2
R6	Al-Fuṣūl Fil-Ḥisāb Al-Hindī. (The Arithmetic of Al-Uqlīdisī.)	Adel Anboubā	1997	3
R7	AL UQLIDISI, ABU AL HASAN AHMAD IBN IBRAHIM, "The Arithmetic of Al-Uqlidisi: The Story of Hindu-Arabic Arithmetic as Told In" Kitab Al-Fusul Fi Al-Hisab Al-Hindi "by Abu Al-Hasan Ahmad Ibn Ibrahim Al-Uqlidisi"	F. K. C. Rankin	2001	3
R8	Numerals and Arithmetic in the Middle Ages by Charles Burnett.	Jens Høyrup	2012	16

Fonte: Elaborado pelas autoras

Além dos trabalhos que constam nos Quadros 1 e 2 foram catalogados um capítulo de livro de Berggren (1986) com título “*Islamic Arithmetic. Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*” e dois livros completos, dos autores Saidan (1978) e Rashed (1994) intitulados, respectivamente por “*The Arithmetic of Al-Uqlidisi: The Story of Hindu-Arabic Arithmetic as Told in Kitab Al-Fusul Fi Al-hisab Al-Hindi*” e “*The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*”.

A elaboração desta lista foi seguida da leitura completa dos trabalhos selecionados, aos quais foram lidos em ordem crescente do número de páginas, propositalmente para que as informações recebidas aumentassem em quantidade e complexidade. Seguindo esta dinâmica, o registro de comentários foi realizado em formato de síntese sobre as principais ideias contidas nestes trabalhos, sendo estas registradas em uma tabela semelhante ao Quadro 1, no qual foi inserida mais uma coluna, os comentários das autoras desta pesquisa objetivando sistematizar as ideias posteriormente.



Diante dos comentários construídos foi proposta uma nova leitura destes, elencando-se ideias centrais com as informações referentes a aspectos históricos que emergiram de tais produções para serem cruzadas. Durante o processo surgiu a necessidade, por diversas vezes, de retornar aos textos completos para aprofundar assuntos que foram descritos superficialmente nos resumos. Estabelecendo-se assim movimento de ida e vinda entre as observações das autoras e os documentos em análise.

Vale ressaltar ainda que o interesse das autoras não é categorizar os trabalhos, mas conhecer as características das aritméticas islâmicas medievais expressas nestes estudos. Diante disso, a análise dos trabalhos proporcionou a identificação de três autores citados mais expressivamente nestes trabalhos, sendo eles: al-Khwarizmi, Abu al-Wafa e al-Uqlidisi. Em torno dos autores e suas produções no campo das aritméticas, foram elencados pontos de discussão para orientar a escrita do texto, sendo eles:

- O autor, uma breve contextualização de sua pessoa no tempo e espaço islâmico
- Suas obras com ênfase nas aritméticas
- Principais aspectos na escrita da obra de aritmética
- Conteúdo da obra de aritmética
- Características centrais dos instrumentos e métodos de cálculo abordados na obra
- As atividades do cotidiano das sociedades islâmicas que essas aritméticas estavam relacionadas
- A disseminação dessas aritméticas na sociedade islâmica e para além dela

Com base nestes tópicos foi elaborada a discussão dos resultados da pesquisa a ser apresentada a seguir, revelando indícios de como eram as aritméticas islâmicas no período medieval. Além dos três autores islâmicos citados, será abordado sobre outros autores que foram mencionados nos trabalhos analisados, mas de forma superficial, sem explorar a fundo suas obras e detalhes nas características de suas aritméticas.



CONHECENDO AS ARITMÉTICAS ISLÂMICAS MEDIEVAIS

A análise sobre as características das aritméticas islâmicas aqui proposta terá como ponto de partida uma discussão historiográfica lançada por Durham (1992) no qual o autor enfatiza a importância de conhecer, por meio de fontes históricas, as necessidades dos praticantes dos cálculos no passado e a intelectualidade da época para compreender como esses ensinamentos eram produzidos.

Neste sentido, adentrando no contexto islâmico medieval, enquanto a Europa atravessava a idade média, conhecida como “idade das trevas” que compreende um longo intervalo de tempo entre os séculos V e XV, os árabes regidos pelo Islã expandiram seus territórios e investiam na aquisição, elaboração e transformação de conhecimentos que chamamos atualmente de científicos.

Tais ações eram patrocinadas por governantes e pessoas influentes na sociedade islâmica na qual valorizava a aquisição de conhecimentos. A convite do califa, estudiosos de diversas regiões do domínio árabe e de terras estrangeiras chegaram até Bagdá, levando os saberes desenvolvidos por suas culturas, como por exemplo os gregos, indianos, persas, chineses, dentre outros.

Esta iniciativa favoreceu a formação da intelectualidade islâmica com a reunião de pessoas de diversos credos e saberes em espaços como a conhecida Casa da Sabedoria (*Bayt al-hikma*). Instituição criada no governo do califa al-Ma'mun (813-833) na qual se investia na cópia, tradução e atualização de saberes de áreas como a medicina, arquitetura, matemáticas, dentre outras.

No âmbito particular das matemáticas, destacamos as aritméticas que auxiliaram no desenvolvimento da álgebra e da astronomia, sendo composta por ensinamentos práticos na resolução de problemas no comércio, na administração pública (cálculo de impostos, produção de bens, dentre outros). Mas como ter acesso a essas aritméticas antigas? De onde vieram esses conhecimentos agregados e reelaborados na cultura aritmética islâmica? Sabe-se de maneira mais direta da influência greco-babilônia, indiana e outras na



composição do corpo de saberes aritméticos islâmicos, de acordo com Saidan (1978).

Acessar os saberes antigos é importante para ter uma resposta mais próxima da história de fato. Se tratando de aritmética islâmica, as fontes que mais poderiam se aproximar dos saberes em vigor no período medieval no oriente seriam as obras de aritmética escritas no idioma árabe. Entretanto, poucos exemplares de tais tipos de textos resistiram ao tempo.

Além destas, outras obras, traduções latinas de obras árabes medievais podem revelar indícios do passado que procuramos conhecer. Através da história em torno dos autores das aritméticas medievais, seus estudos e colaborações para as ciências islâmicas poderemos apresentar um breve esboço das aritméticas islâmicas medievais por meio de suas características que emergem nesta pesquisa, de acordo com as discussões a seguir:

Aritmética de al-Khwarizmi

Abu Jafar Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi (780-850), estudioso natural da região de Khorezm, com orientação religiosa não muçumana, fez parte do grupo de sábios da Casa da Sabedoria de Bagdá. Instituição na qual ocupou posição relevante, produzindo obras de astronomia, geografia, álgebra e de aritmética. Nesta última, al-Khwarizmi agregou saberes indianos, fazendo uso dos nove símbolos que otimizaram os cálculos aritméticos.

Foi através dos escritos na aritmética de al-Khwarizmi que o Ocidente tomou conhecimento do sistema de numeração indo-arábico que utiliza nove símbolos e um pequeno círculo (com o qual se preenchia as ordens vazias) para representar todos os números. Este é o indício mais antigo de registro de ensinamentos dos árabes sobre o sistema decimal posicional no mundo islâmico, não se excluindo a possibilidade de em séculos anteriores já haver contato dos povos islâmicos com o sistema de numeração indiano.

Vestígios dos ensinamentos da aritmética indiana escrita por al-Khwarizmi, originalmente no idioma árabe, se perderam ao longo do tempo (BURNETT, 2006; FOLKERTS, 2011). A versão disponível que mais se aproxima



do texto islâmico medieval está armazenada na biblioteca da Universidade de Cambridge, escrita em Latim do século XIII.

Adentrando no texto de al-Khwarizmi, Folkers (2011) apresenta a aritmética do referido tratado como sendo de ordem prática. Seu objetivo era ensinar os princípios do funcionamento do sistema de numeração decimal e posicional. Ainda segundo este autor, o Tratado Aritmético de al-Khwarizmi é composto pelos seguintes conteúdos:

[..] forma dos numerais e como os números foram escritos no sistema decimal de valores; as seis operações fundamentais com números inteiros (adição, subtração, divisão pela metade, duplicação, multiplicação, divisão; operações com frações (multiplicação, divisão, notação, adição, subtração, duplicação, divisão pela metade; extração de raízes quadradas de inteiros e frações. (FORKERTS, 2011, p. 21, tradução nossa).

Os procedimentos dos cálculos relativos às operações mencionadas correspondem à prática da técnica do apagamento dos números em uma tábua, espécie de mesa, possivelmente coberta por areia, como relata Saidan (1978). Porém, no manuscrito disponível não constam os exemplos resolvidos destes cálculos com os algarismos em formato de imagem, apenas a descrição textual de tais ensinamentos. No texto latino de al-Khwarizmi são ainda identificadas lacunas atribuídas aos copistas, como explicações suprimidas, a mescla de algarismos indianos com numerais romanos.

Sobre a adoção do sistema de numeração na Europa medieval, Langley (1925) discorre a respeito do uso tardio dos algarismos romanos e informa que até o século XVI estes não haviam sido substituídos totalmente. Durham (1992) relata evidências de uso da notação indo-arábica em registros comerciais europeus, sendo que por volta do século XV estes eram mesclados com algarismos romanos.

Demonstrando assim que houve um longo período entre a escrita original do Tratado Aritmético de a-Khwarizmi (Século X) e a adesão integral ao sistema de numeração decimal posicional para além das fronteiras do mundo islâmico.



A aritmética e Abu al-Wafa

Abū al-Wafā Būzhjānī (940-998) estudioso persa que viveu em Bagdá, dedicou-se no desenvolvimento de trabalhos em campos como astronomia, trigonometria e aritmética. Abu al-Wafa, continuou o trabalho dos seus antecessores, combinando saberes científicos islâmicos com os clássicos gregos como Euclides e Diofanto. Além disso, comentou obras de outros autores islâmicos, como a álgebra de al-Khwarizmi. Porém, estes escritos permanecem perdidos. (SAIDAN, 1974).

A aritmética deste autor se constitui um dos poucos trabalhos de aritmética escritos originalmente em árabe que foi preservado, intitulado como “*Fi ma Yahtaju ilai-hi al-Kuttab wa'l'Ummal wa-Ghairuhumm in 'Ilm al-Hisab*” (Sobre o que os escribas, oficiais e outros precisam da ciência da aritmética), publicado em *The Arithmetic of Abū al-Wafā al-Būzajānī*. Este é o primeiro volume de uma coleção de três manuscritos aritméticos árabes medievais.

Apesar de não entrarmos em contato direto com este livro, pudemos conhecê-lo através de resenhas publicadas sobre seu conteúdo (Matvievskaya 1974; King, 1973). Este livro começa com a descrição das técnicas egípcias e babilônicas com o sistema sexagesimal e o uso dos dedos, apresentando extenso conteúdo aritmético. King (1973) informa que os saberes em questão são advindos de herança da tradição greco-babilônica conhecida como contagem dos dedos.

O objetivo deste livro era divulgar as informações necessárias para o exercício das funções dos funcionários do governo, os escribas⁵. De acordo com Matvieskaya (1974) o trabalho de Abu al-Wafa está organizado em sete partes, sendo as três primeiras dedicados à aritmética de números inteiros, frações sexagesimais e geometria, enquanto o restante do texto lida com técnicas computacionais usadas na resolução de vários problemas práticos, como conversão de unidades, cobrança de impostos, pagamento de salários de acordo com o trabalho executado, dentre outros.

⁵ Vide Albuquerque e Morey (2021b)



Neste texto aritmético os números foram escritos com palavras, sem o uso de algarismos e os cálculos realizados mentalmente, com o auxílio dos dedos para a obtenção dos resultados. Um exemplo deste tipo de representação com as mãos é apresentado por Saidan (1978).

Saidan (1974) ressalta ainda que este tipo de aritmética, coexistiu juntamente com o sistema indiano de numeração. Defendendo ainda que por mais limitada que a aritmética digital pudesse ser, era a utilizada na resolução de problemas de negócios do cotidiano da administração pública (aspecto não identificado dos tratados de aritmética indiana), além de ter colaborado no desenvolvimento da álgebra geométrica e trigonometria.

A aritmética de al-Uqlidisi

Abu al-Hasan Almad ibn Ibrahim al-Uqlidisi (Século X) estudioso das aritméticas islâmicas no qual não se tem mais informações sobre sua vida e outras produções. O nome al-Uqlidisi, que significa “o euclidiano”, revela que este autor medieval pode ter sido tradutor ou copista de trabalhos do grego Euclides (Saidan, 1978; Albuquerque e Morey, 2021a). Seu livro, o *Kitab al-Fusul fi al-Hisab al-Hindi* produzido do ano 952 E.C, na cidade de Bagdá, é o único volume de aritmética indiana escrita originalmente em árabe que resistiu ao tempo, com cópia do ano de 1186 E.C.

O referido texto foi traduzido do árabe para o inglês por Saidan (1978) e está dividido em quatro livros sobre a aritmética indiana e estes têm uma organização que indica como o conhecimento aritmético indiano estava sendo adaptado à realidade da sociedade islâmica.

A saber, o primeiro livro se trata dos ensinamentos sobre o funcionamento do sistema de numeração indiana utilizando os nove símbolos e a realização dos cálculos em uma tábua de areia, adotando o sistema de apagamento dos números, como al-Khwarizmi fizera cerca de um século antes.

O segundo livro, de acordo com o autor, remete a cálculos mais avançados e curiosidades com relação às operações já discutidas no primeiro livro que poderiam ser muito difíceis de ser realizadas na aritmética digital



também em uso no período. A obra segue com o terceiro livro contendo explicações e justificativas para os procedimentos adotados nos dois livros anteriores

Enquanto o quarto livro transpõe a aritmética indiana apresentada realizada da tábua de areia para o papel, no qual não havia mais a necessidade do apagamento. Facilitando assim o desenvolvimento dos cálculos, pois com o método do apagamento era requerida a memorização dos resultados intermediários, caso contrário poderia conduzir ao erro.

Este livro, portanto, relata a transição de métodos utilizados para os cálculos aritméticos no sistema de numeração indiano, nos quais os islâmicos agregaram outras perspectivas. Dados os recursos materiais que tinham disponíveis, no caso o papel, o qual era produzido em quantidade nos limites de seus territórios.

Breve comentários sobre outras aritméticas

Além das aritméticas apresentadas os trabalhos analisados fazem menção a aritméticas de outros autores islâmicos, porém de forma mais superficial. Como, por exemplo, as obras de al-Karaji (980-1030 E.C.) que também não foram localizadas nesta pesquisa. De acordo com Sesiano (2021) estas foram nomeadas de *Al-Badī' fī'l-ḥisāb* ("O Maravilhoso [Trabalho] no Cálculo") e *Al-Kāfī fī'l-ḥisāb* ("O [Trabalho] Suficiente no Cálculo") nas quais não trazia simbolismo indiano (exceto para a escrita de números grandes), mas a utilização das palavras para representação de números.

Outro autor que contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento das aritméticas islâmicas medievais e que foi pouco aprofundado nestes trabalhos é Jamshid al-Kashi (1380-1429). Conhecedor das matemáticas islâmicas antigas, estudioso que se destacou em trabalhos astronômicos já no final do período histórico estipulado na introdução deste artigo.

Segundo King (1973), al-Kashi em seu tratado "*A chave da aritmética*" faz a culminação da aritmética islâmica demonstrando um domínio completo de procedimentos complicados em sistemas decimais e sexagesimais. Este texto



foi destinado ao ensino da aritmética necessária ao trabalho dos astrônomos, agrimensores, arquitetos, comerciantes e calculadores de impostos por volta do início do século XV.

Apesar de não aprofundarmos nessas últimas aritméticas, percebemos que elas podem ampliar o quadro das características das aritméticas islâmicas em estudos posteriores.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O estudo exposto sobre as aritméticas islâmicas medievais revelou variação na forma de representação e procedimentos de cálculos, mesmo quando se trata de aritméticas de mesma origem, como a indiana, por exemplo. Pode-se perceber a diversidade nas tradições aritméticas islâmicas, apenas a partir dos trabalhos consultados. Outros autores e obras poderiam ampliar este estudo, porém não conseguimos o acesso, como o terceiro volume das obras aritméticas em árabe, citado em King (1973) que corresponde a tópicos da “teoria dos números na aritmética islâmica.

A análise dos textos oportunizou ainda a indicação de leitura de textos que podem contribuir para a compreensão do tratado de al-Khwarizmi (objeto de pesquisa doutoral). Apesar de serem aritméticas distintas, elas coexistiam e faziam parte da sociedade islâmica, podendo gerar estudos futuros de aprofundamento das relações entre as aritméticas (digital, alfabética e indiana).

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, S. M. de; MOREY, B. B. Considerações iniciais sobre a obra *Kitab AL-Fusul Fi Al-hisab Al-Hindi*. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 23, p. 641–653, 2021a.

ALBUQUERQUE, S. M. de; MOREY, B. B. Indícios da figura do escriba (kâtib) nas sociedades islâmicas medievais e suas possíveis funções que envolvem a aritmética. **Rev. Prod. Disc. Educ. Matem.**, São Paulo, v.10, n.1/2, p. 94-104, 2021b.



- ALLARD, A. The Arabic Origins and Development of Latin Algorithms in the Twelfth Century. **Arabic Sciences and Philosophy**, v.1, n. 2, p. 233-283, 1991.
- BURNETT, C. The semantics of indian numerals in arabic, greek latin. **Journal of Indian Philosophy**, v. 34, pág.15-30, 2006.
- DURHAM, John W. The introduction of arabic numerals in european accounting. **The Accounting Historians Journal**, v. 19, n. 2, pág. 25-55, 1992.
- FOLKERTS, M. Early Texts on Hindu-Arabic Calculation. **Science in Context**, v. 14, pág. 13-38, 2011.
- GALVÃO, M. C. B; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. **LOGEION: Filosofia da informação**, v. 6 n. 1, p.57-73, 2019.
- KING, D. Arabic Arithmetic. The Arithmetic of Abū al-Wafā al-Būzajānī (10th Century) MSS. Or.103 Leiden & 42 M Cairo and The Arithmetic of al-Karajī (11th Century), MS 855 Istanbul by A. S. Saidan. **Isis**, v. 64, n. 1, pp. 123-125, 1973.
- LANGLEY, E. M. Mixture of Arabic with Roman Numerals during the Time of Transition. **Mathematical Gazette**, v. 12, n.178, pág. 468-69, 1925.
- MATVIEVSKAYA, G.P. Arabic Arithmetic. The Arithmetic of Abū Al-Wafā' Al-Būzajānī, 10th Century. **Historia Mathematica**, v.1, n.1, pág. 108-111, 1974.
- SAIDAN, A. S. The arithmetic of Al-Uqlidisi: the story of hindu-arabic arithmetic as told in Kitāb al-fusul fi al-hisab al-hīndī. 1. ed. Boston: Reidel Publishing Company, 1978.
- SAIDAN, A. S. The Arithmetic of Abū'l-Wafā. **Isis**, v. 65, n. 3, pp. 367-375, 1974.
- SESIANO, J. "al-Karaji". *Enciclopédia Britânica*, 2021. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/al-Karaji>. Acesso em: 3 de nov. 2022.
- YOUSCHKEVITCH, A. Les mathématiques arabes (VIII-XV siècles). Librairie Philosophique J. Vrin, 1976.