HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA: ARTICULAÇÕES POSSÍVEIS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES

Isabel Cristina Machado de Lara[1]
Juliana Batista Pereira dos Santos[2]

RESUMO

A partir da articulação entre duas tendências em Educação Matemática, a História da Matemática e Etnomatemática, o objetivo aqui é compreender alguns dos efeitos de uma proposta para o ensino do Teorema de Tales nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes participantes da proposta. A articulação é proposta com base nas teorizações pós-estruturalistas de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein. Como instrumento para a coleta de dados, aplicou-se junto aos estudantes participantes, um questionário com onze perguntas, das quais uma é analisada neste texto. Para a análise utilizou-se a análise genealógica na perspectiva foucaultiana, assumindo as manifestações dos estudantes como enunciações e procurando determinar as condições de existência do discurso ao qual tais enunciações estão inseridas. Como resultados, verifica-se que a atividade desenvolvida durante a proposta para o ensino do Teorema de Tales motivou a participação dos estudantes, por meio da criação de hipóteses, e oportunizou a participação de todos, uma vez que todas as ideias trazidas à tona foram ouvidas, debatidas e testadas.

Palavras-chave: História da Matemática. Etnomatemática. Proposta de Ensino. Teorema de Tales.

INTRODUÇÃO

O estudo aqui apresentado é parte integrante de uma tese de doutorado defendida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educaçao em Ciências e Matemática, no ano de 2020, com os objetivos de categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática, e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. A tese apresentou e discutiu propostas para o ensino de diferentes conceitos matemáticos, como Logaritmos, Progressões Aritméticas, Teorema de Tales, entre outros. Algumas dessas propostas de

1 Docente da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Isabel.lara@pucrs.br
2 Docente da Escola Estadual de Ensino Médio Bibiano de Almeida/Rio Grande. Juhbpereira@gmail.com

ensino já estão publicadas e podem ser encontradas em Santos e Lara (2019), Santos e Lara (2021a), Santos e Lara (2021b).

Neste texto, tem-se como objetivo compreender alguns dos efeitos de uma proposta para o ensino do Teorema de Tales nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes participantes. Para tal, inicialmente são apresentados os referenciais teóricos utilizados para embasar a elaboração da proposta de ensino, em seguida, abordados aspectos metodológicos acerca da proposta e, por fim, discutidos os resultados obtidos.

ARTICULAÇÕES ENTRE ETNOMATEMÁTICA E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A Etnomatemática e a História da Matemática, enquanto tendências em Educação Matemática, são áreas já consolidadas. Apesar de possuírem objetos de estudo e referenciais teóricos geralmente distintos, é possível vislumbrar articulações entre ambas, sobretudo com vistas aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Tais articulações se justificam quando pensadas à luz das teorizações pós-estruturalistas de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein. Diante disso, nesta seção, são apresentados os referenciais teóricos que criam condições de possibilidade para essa articulação.

A Etnomatemática emerge na segunda metade do século XX com o intuito de ir de encontro à visão de que a Matemática é universal, única e independente da cultura, predominante na época. Mais do que isso, confrontar a negação sobre a Matemática praticada por outros povos, como africanos, asiáticos e indianos, prevalecendo a Matemática ocidental (D’AMBROSIO, 1985). Nesse contexto, o termo Etnomatemática foi proposto por Ubiratan D’Ambrosio, como as diversas técnicas, modos, maneiras, para conhecer, apreender, lidar, com o ambiente natural, social e laboral no qual vivemos (D’AMBROSIO, 2007).

Desse modo, a partir dessa proposição, D’Ambrosio cria condições de possibilidade para que modos de matematizar diferentes daqueles presentes na Matemática Acadêmica e Escolar sejam reconhecidos e valorizados. Nessa perspectiva, assume-se que modos de matematizar particulares, próprios de grupos culturais e distintos dos modos de matematizar acadêmicos, são capazes, por exemplo, de solucionar problemas, identificar padrões e realizar medições.

Antes de D'Ambrosio outros pesquisadores, tanto da Educação Matemática como de outros campos de conhecimento, já questionavam essa ideia de universalidade atribuída à Matemática e, mais amplamente, à linguagem. Ludwig Wittgenstein (1979), filósofo austríaco que viveu na primeira metade do Século XX, nega a existência de uma linguagem universal, e propõe que se substitua a ideia de um significado metafísico para um significado cotidiano.

Em outros termos, o que Wittgenstein propõem é que se abandone a ideia de que as palavras possuem um significado pré-definido e se avance na compreensão de que esse significado está atrelado à forma de vida na qual a linguagem acontece. Por esse motivo, o filósofo sugere o uso da expressão jogo de linguagem, que são "[...] o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada" (WITTGENSTEIN, 1979, p. 12). Nesse sentido, reitera o filósofo, "[...] o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18).

Ao relacionar a linguagem a um jogo, o filósofo traz à tona sua compreensão de que o significado de uma palavra se dá pelo seu uso na linguagem. Esses usos, por sua vez, estão diretamente relacionados às formas de vida nas quais o jogo de linguagem ocorre, pois "[...] representar uma linguagem significa representar-se uma forma de vida." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 15).

As formas de vida são, para o filósofo, grupos particulares que partilham de mesmos hábitos, de mesma cultura, ou seja, as formas de vida não se relacionam somente a questões biológicas. Para Wittgenstein (1958), essa noção fica mais evidente, quando o filósofo afirma que: "Poderíamos, também, imaginar facilmente uma linguagem (e de novo isto significa uma cultura)." (WITTGENSTEIN, 1958, p. 76).

Do exposto, observa-se que Wittgenstein e D'Ambrosio, mesmo tendo vivido em tempos e espaços distintos, bem como estudado e pesquisado em temáticas diferentes, o primeiro um filósofo da linguagem, o segundo um educador matemático, possuem confluências em seus modos de pensar. Ao olhar para a Etnomatemática com lentes wittgensteinianas, é possível concluir que os modos de matematizar d'ambrosianos são jogos de linguagem específicos, que seguem determinadas regras, de acordo com as formas de vida nas quais se desenvolvem. Diante disso, os grupos laborais, culturais, sociais nos quais os modos de matematizar são gerados, organizados e difundidos, são formas de vida que, para além de questões biológicas, se unem por questões culturais.

Cientes dessa pluralidade de modos de matematizar, é possível recorrer à História da Matemática com o intuito de conhecer e compreender jogos de linguagem elaborados por distintos povos, em outros tempos e espaços, diferentes daqueles presentes na Matemática Acadêmica. Nesse sentido, a História da Matemática possibilita à Etnomatemática compreender os processos de geração, organização e difusão dos saberes e conhecimentos matemáticos.

Para tal, é preciso assumir que os relatos históricos presentes nas obras de História da Matemática possuem uma historiografia que, segundo Saito (2015), é "[...] a arte de escrever a história e, dessa maneira, trata dos critérios da "escrita da história". Isso significa que toda narrativa histórica é historiograficamente orientada." (SAITO, 2015, p.23). Como destacam Miguel e Miorim (2001), até as primeiras décadas do Século XX, havia a tradição de uma historiografia "[...] cuja concepção de objetividade histórica baseava-se em valores tais como a neutralidade, a unicidade da verdade histórica e a erudição." (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 41). Superada essa visão, algumas produções foram escritas com o objetivo de popularizar a História da Matemática, levando-se à compreensão de que não existe neutralidade no historiador, bem como, "[...] não-unicidade da verdade histórica [...]" (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 41).

Desse modo, assumindo que não existe neutralidade nos registros históricos, mas intencionalidade, é possível questionar e refletir acerca dos diversos modos de matematizar marginalizados historicamente, ou seja, reconhece-se que variados jogos de linguagem se perderam ao longo da história, em meio aos movimentos de hegemonização da Matemática Acadêmica. Em uma perspectiva foucaultiana, é possível concluir que esses movimentos são efeitos de relações de poder-saber historicamente constituídas. Isso, pois, como destaca Foucault, "[...] não há relação de poder sem constituição correlata de um campo de saber, nem saber que não suponha e não constitua ao mesmo tempo relações de poder." (FOUCAULT, 1991, p. 30).

Foucault, filósofo da linguagem assim como Wittgenstein, também se questionou, em seus estudos, acerca da universalidade da linguagem. Assim como o filósofo austríaco, concluiu que o ambiente no qual estamos inseridos molda nosso modo de pensar e agir. Sobre isso, Foucault afirmou que os discursos são "[...] práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam." (FOUCAULT, 1987, p. 56). Na Matemática Acadêmica é recorrente o discurso de que só existe um modo correto para resolver determinados problemas, pautados no rigor, na lógica e na simbologia matemática.

Por esse motivo, Lara (2001) afirma que a Matemática possui um poder disciplinador, que busca uma única forma de pensar, um único modo de matematizar, subjetivando, regulando e normalizando os estudantes. Segundo a autora, esse poder se exerce "[...] por meio de provas graduadas, que aborda conteúdos hierarquizados e determinados por um programa curricular." (LARA, 2001, p. 29). Ademais, é possível observar esse poder disciplinador em práticas docentes que priorizaram o uso de determinada linguagem, pautadas em símbolos e repleta de termos técnicos e abstratos. Isso pois, dessa forma, está se priorizando um único jogo de linguagem, que é o modo de matematizar acadêmico.

Portanto, fomos levados a crer na universalidade da Matemática e, principalmente, na existência de um único modo de matematizar. Contudo, a partir desses filósofos, e da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática, é possível questionar, problematizar, contestar determinadas verdades impostas historicamente. Isso, pois, como bem afirma Foucault: "A verdade é deste mundo; ela é produzida nele graças a múltiplas coerções e nele produz efeitos regulamentados de poder." (FOUCAULT, 1979, p. 12). Nesse sentido, para o filósofo, a verdade é uma construção humana e os discursos disseminados em uma sociedade, como por exemplo nas escolas por meio dos currículos e das metodologias de ensino, respeitam determinados regimes de verdade.

Na próxima seção será apresentada uma proposta para o ensino do Teorema de Tales, elaborada com base em Lara (2013) e nas reflexões oportunizadas pelos teóricos supracitados.

A PROPOSTA DE ENSINO

A elaboração da proposta inspirou-se em Lara (2013), especialmente na sugestão apresentada pela autora para abordar "Tales de Mileto e a altura da grande pirâmide". Em síntese, a atividade proposta por LARA (2013) consiste em solicitar aos estudantes que calculem a altura de um objeto que represente a pirâmide, a partir da perspectiva de Tales.

Além de propor aos estudantes o cálculo da altura da pirâmide, solicitou-se que isso se desse a partir de duas formas de matematizar distintas. Com base nisso, elaborou-se uma proposta com o objetivo de articular História da Matemática e Etnomatemática para o ensino do Teorema de Tales. A proposta tem duração aproximada de 580 minutos, divididos em 12 momentos dos quais, por questões metodológicas, serão apresentados no Quadro 1 apenas cinco:

Quadro 1: Trechos da Proposta para o ensino do Teorema de Tales

5° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Seguindo Lara (2013), propor que os estudantes reflitam acerca do mesmo problema proposto à Tales, de calcular a altura de uma pirâmide. De acordo com Eves (2004), dois modos distintos para calcular a altura da Pirâmide Quéops são atribuídos à Tales. O mais antigo teria sido mencionado por um discípulo de Aristóteles, chamado Hieronimos, em que Tales teria utilizado sua própria sombra como ferramenta para a medição; enquanto outro modo de matematizar foi mencionado por Plutarco, no período Greco-romano, de que Tales utilizou uma estaca (bastão) de madeira como instrumento para a medição. Diante disso, propor aos estudantes que o cálculo da altura da pirâmide se dê por duas formas distintas. Disponibilizar aos estudantes os seguintes materiais: pirâmide em papelão; lanterna (ou vela); régua; papel; lápis; e, um bastão.	
6° MOMENTO	Duração: 120 minutos

A fim de calcular a atura da pirâmide com o primeiro modo de matematizar associado à Tales, em que ele utiliza da sua sombra no exato momento em que essa medida coincide com a medida da sua altura, fomentar as discussões entre os estudantes acerca das possíveis estratégias que poderiam ser empregadas com o objetivo de solucionar o problema naquela época, sem expor aos estudantes a estratégia desenvolvida por Tales. Neste momento, é fundamental a participação do professor, auxiliando na elaboração, validação ou refutação das hipóteses e conduzindo as reflexões e indagações de modo intencional até os estudantes proporem a utilização das sombras, como a historiografia atribui à Tales.	
7° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Após solucionado o problema a partir do primeiro modo de matematizar, sintetizar o raciocínio empregado e registrá-lo no quadro. Neste momento, eventuais dúvidas em relação à estratégia desenvolvida podem ser sanadas.	
8° MOMENTO	Duração: 120 minutos
De modo semelhante ao realizado no 6º momento desta proposta, passa-se ao cálculo da altura da pirâmide a partir do segundo modo de matematizar associado à Tales, se utilizando da sombra de um bastão, contudo sem a necessidade dessa medida coincidir com o tamanho do bastão. Do mesmo modo, o professor fomenta as discussões acerca das possíveis estratégias que poderiam ser empregadas a fim de solucionar o problema naquela época, novamente sem expor aos estudantes a estratégia desenvolvida por Tales. Neste momento, é fundamental a participação do professor, auxiliando na elaboração, validação ou refutação das hipóteses e conduzindo as reflexões e indagações de modo intencional até os estudantes proporem a utilização das sobras, como como a historiografia atribui à Tales.	
9° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Assim como no 7º momento desta proposta de ensino, após solucionado o problema a partir do segundo modo de matematizar, o professor sintetiza o raciocínio empregado e o registra no quadro. Neste momento, eventuais dúvidas em relação à estratégia desenvolvida podem ser sanadas.	

Fonte: Adaptado de Santos (2020)

Ao final da proposta, os estudantes responderam um questionário, cujas respostas foram analisadas a partir da análise genealógica foucaultiana. Nessa perspectiva, assumem-se todas as manifestações dos estudantes como enunciações, ou seja, como “[...] um acontecimento que não se repete; tem uma singularidade situada e datada que não se pode reduzir.” (FOUCAULT, 1987, p. 116). Por esse motivo, as perguntas foram elaboradas com respostas dissertativas, para possibilitar aos estudantes momentos de reflexão acerca da proposta realizada.

Desse modo, a partir da análise genealógica realizada sobre as enunciações produzidas pelos estudantes, ficou-se atento aos discursos, com o intuito de compreender quais as condições de existência de seus enunciados. Em outras palavras, a análise genealógica busca as regras de formação do discurso, os elementos que criam condições de possibilidade para a sua existência. Para tal, as respostas foram digitadas, tabuladas e codificadas como E_x em que x representa um dos 50 estudantes participantes.

Em relação à proposta de ensino, vale ressaltar que vai ao encontro dos estudos do Lara (2019), ao propor a operacionalização da Etnomatemática como método de pesquisa e ensino. Embora não tenham sido seguidas as três etapas propostas pela autora, comunga-se do objetivo de tornar os estudantes "capazes de identificar diferentes jogos de linguagem percebendo suas regras, graus de parentesco e semelhança com aqueles estudados em sala de aula, tanto por meio de um estudo etnográfico ou de uma pesquisa" (LARA, 2019, p. 61). Nesse sentido, é possível, como sugere LARA (2019), possibilitar meios por meio dos quais os estudantes identifiquem diferentes formas de matematizar, percebendo "os limites das regras que constituem os jogos de linguagem presentes nesses contextos em relação a outros usos que são feitos da Matemática, compreendendo assim a legitimação ou a marginalização desses saberes." (LARA, 2019, p. 61).

A próxima seção apresenta alguns resultados obtidos com a proposta de ensino por meio de um breve relato acerca das atividades realizadas entre o 5º e o 9º momentos da proposta. Além disso, apresenta a análise das respostas obtidas em uma das questões do questionário, a qual teve o intuito de identificar a opinião dos estudantes sobre a atividade desenvolvida.

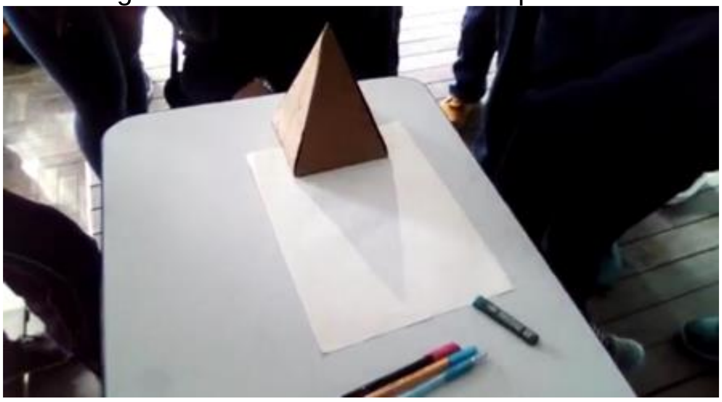
RESULTADOS E DISCUSSÕES

A proposta de ensino foi realizada com 50 estudantes com idades entre 14 e 18 anos, do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual da cidade de Rio Grande, no estado do Rio Grande do Sul. No 5º momento da proposta, os estudantes foram convidados a medir a altura de uma pirâmide, confeccionada em papelão. Para isso, todos se posicionaram ao entorno da mesa, sobre a qual estava a pirâmide, e começaram a criar hipóteses sobre as possíveis técnicas aplicadas por Tales.

Para fomentar a reflexão, os estudantes foram questionados sobre os possíveis instrumentos e técnicas utilizadas por Tales. Muitas ideias foram trazidas, como, por exemplo, medir o tamanho da sombra em vários dias e horários distintos e calcular uma média desses valores. A cada ideia proposta, um debate se formava a fim de avaliar se a ideia era possível de ser aplicada naquele momento histórico ou não, tendo em vista o conhecimento e os instrumentos da época.

A ideia de utilizar a sombra foi proposta em meio às demais, uma vez que a todo momento era reiterado que os estudantes deveriam imaginar quais os recursos Tales dispunha naquela época. Após avaliar a validade da ideia, os estudantes utilizaram uma lanterna com a intenção de criar uma sombra da pirâmide sobre a mesa, conforme se observa na Figura 1:

Figura 1: Calculando a altura da pirâmide



Fonte: Santos (2020)

Com uma projeção de sombra visivelmente maior do que a altura da própria pirâmide questionou-se aos estudantes se a sombra parecia ser de mesma medida que a altura. Imediatamente os estudantes perceberam que aquela sombra projetada não correspondia à medida procurada. Novamente várias ideias foram mencionadas pelos estudantes, ao passo que a cada ideia, uma reflexão era proposta a fim de verificar a sua aplicabilidade naquele contexto histórico. Alguns estudantes, por iniciativa própria, utilizaram a *internet* com o intuito de buscar de que modo Tales utilizou a sombra da própria pirâmide para medir a altura dela.

Outros estudantes utilizaram a lanterna tentando projetar uma sombra cujo tamanho fosse bem próximo à altura da pirâmide. Diante disso, foi preciso propor a seguinte reflexão: Tales teria a mesma visão que eles estavam tendo da sombra? Em outras palavras, os estudantes observavam a situação de cima, dado o tamanho do objeto que se pretendia medir, e desse modo torna-se fácil enxergar uma sombra de tamanho próximo ao que se deseja, mas Tales teve a mesma oportunidade?

A partir dessa reflexão tornou-se nítido para os estudantes que Tales precisou desenvolver uma técnica para encontrar o momento certo de medir o tamanho da sombra da pirâmide. Assim, a fim de motivar os estudantes nessa busca, a todo momento era questionado sobre quais os instrumentos Tales dispunha naquela época e naquele lugar. Reiteradamente, técnicas hoje possíveis de serem realizadas foram mencionadas, mas procurou-se destacar aos estudantes que interessava aquela que possibilitou a emergência das ideias que levaram ao teorema.

Passados alguns minutos, e após diversas ideias terem sido mencionadas, foi preciso dizer aos estudantes como Tales utilizou a sua sombra para determinar o momento exato em que a sombra da pirâmide correspondia à altura dela. De acordo com alguns estudantes, a ideia parece bastante óbvia quando dita, no entanto, nenhum deles conseguiu imaginar essa hipótese. Sabendo o método empregado por Tales, os estudantes calcularam a altura da pirâmide.

Em síntese, a técnica empregada no 6º momento da proposta consiste no seguinte procedimento: adotando-se algum material escolar para fazer o papel de Tales, nesse caso um lápis já usado até a metade, mediu-se sua altura. Posiciona-se Tales ao lado da pirâmide e, a partir dessa posição, marca-se no chão (folha de ofício) a medida correspondente à altura de Tales. A seguir, com o auxílio de uma lanterna, posiciona-se a luz de modo que a sombra projetada por meio de Tales toque o ponto correspondente à sua altura, marcado no chão. Neste exato momento deve-se marcar o ponto que a sombra da pirâmide atingiu. Finalmente, com o auxílio de uma régua, mede-se o tamanho da sombra, acrescentando a medida da metade do lado da base da pirâmide.

Diante disso, compreendendo a técnica utilizada, os estudantes efetuaram a medição. No entanto, observou-se relativa dificuldade em operar com a régua para realizar as marcações e medições, de modo que não ficou evidente se as dificuldades foram resultado de uma má compreensão do procedimento. Vale destacar que os momentos de reflexão em busca da solução, bem como as dificuldades operacionais, propiciaram discussões que foram além dos conceitos envolvidos no Teorema de Tales, integrando esse a outros assuntos da Matemática. Como, por exemplo, o que é a altura de uma pirâmide e qual a diferença entre a altura da pirâmide e a altura de sua face (apótema).

A fim de enfatizar as diferenças entre os dois modos de matematizar atribuídos a Tales, reiterou-se aos estudantes que de acordo com o primeiro modo de matematizar era preciso que a sombra de Tales tivesse a mesma medida que sua altura. Esse detalhe os fez refletir que apenas em uma posição específica do sol a sombra projetada no chão teria a medida correta e, consequentemente, os fez questionar como calcular a altura da pirâmide em outras posições solares. Desse modo, criou-se condições de possibilidade para que os estudantes refletissem acerca do segundo modo de matematizar atribuído à Tales.

Assim, no momento seguinte da proposta de ensino, novamente diversas ideias advindas dos estudantes foram postas à reflexão e prova, reiterando-se sempre a necessidade de que os instrumentos e técnicas utilizados deveriam ser pensados frente às possibilidades daquela época. Após alguns minutos de debate, elaboração e refutação de hipóteses, ideias relacionadas aos conceitos de razão e proporção foram mencionadas, criando-se a necessidade de uma formalização. Nesse sentido, houve uma explicação sobre esses conceitos, trazendo para a reflexão exemplos do cotidiano em que são empregados.

Assim, de modo mais fácil do que em relação ao primeiro modo de matematizar atribuído à Tales, os estudantes calcularam a altura da pirâmide, realizando o seguinte procedimento: utilizando algum material escolar para fazer o papel do bastão, nesse caso um lápis já usado até a metade, mediu-se sua altura. Posicionando-o ao lado da pirâmide e, com o auxílio de uma lanterna, projeta-se luz sobre os objetos, construindo duas sombras no chão (folha de ofício). Em seguida, com o auxílio de uma régua, tomam-se as medidas do tamanho de ambas as sombras, cuidando para que, no caso da sombra da pirâmide, seja acrescida a medida da metade do lado da sua base. Concretizadas as medições, o procedimento é finalizando realizando-se os devidos cálculo de proporção.

Após solucionado o problema a partir do segundo modo de matematizar, uma síntese e registro dos raciocínios empregados foram realizadas, sanando eventuais dúvidas em relação à estratégia desenvolvida. Ao final do 9º momento, alguns estudantes relataram que, entre um encontro e outro, realizaram consultas na *internet* a fim de compreender de que modo Tales calculou a altura da pirâmide. Percebeu-se que, apesar dos estudantes terem encontrado algumas explicações, elas eram vagas. Isso porque não explicam detalhadamente como Tales de fato utilizou as sombras, nem quais as relações entre altura/sombra e o teorema que leva seu nome. Nesse sentido, a utilização da *internet* como fonte de buscas para os estudantes serviu como ponto de partida para as discussões dentro da sala de aula, pois não criaram condições de possibilidade para que o estudante compreendesse os métodos empregados por Tales apenas por meio das buscas.

Em seguida, os estudantes receberam o seguinte questionamento: “Na sequência do projeto a turma foi desafiada a resolver o mesmo problema enfrentado por Tales: calcular a altura de uma pirâmide. Qual a sua opinião sobre a realização desta tarefa?”. A síntese das respostas fornecidas pode ser visualizada no Quadro 2:

Quadro 2: Respostas fornecidas para a quarta questão

Autor	Enunciação	Enunciações semelhantes
E1	Achei a realização da tarefa muito interessante para a gente entender e conhecer melhor como tudo aconteceu e surgiu o teorema de Tales.	**E6, E7, E16, E27, E46, E50**
E3	Foi uma tarefa divertida que reuniu toda a turma.	**E5, E8, E17, E21, E41, E48**
E9	Acredito que ao realizar a tarefa, os alunos se conectaram mais com a matéria e a história por trás.	**E13, E15**
E10	Aprendemos a calcular a altura da pirâmide na prática, ou seja, uma forma melhor de aprender do que usando só teoria.	**E11, E19, E22, E31, E47**
E18	Eu achei bem legal, ajudou a ver o problema da percepção de Tales naquela época onde não tinha tecnologia.	**E2, E33**

E28	Foi difícil no começo, mas ao longo das explicações e da ajuda da professora, essa tarefa se tornou fácil de entender e divertido de se praticar.	**E23, E30, E32, E38, E42, E45, E49**
E24	A atividade foi bem legal, nem um outro professor fez isso, ainda achei diferente a forma de aprender.	
E25	Foi muito interessante.	**E29, E35, E44**
E34	Achei complicado e desnecessário, pois com a modernidade de hoje não precisamos utilizar essa medida.	**E14**
E43	Legal, mas ainda me deixou com dúvida.	

Fonte: Adaptado de Santos (2020)

Dos 43 estudantes que responderam à questão, verificou-se que aproximadamente 35 deles responderam positivamente, muitos adjetivando a proposta como legal, desafiadora, interessante e divertida. Tais adjetivações podem ser efeito da dinâmica adotada na proposta de ensino, caracterizada pela realização de atividades em grupos e resolução de problemas históricos.

Mais do que isso, nas enunciações apresentadas no Quadro 2, foram recorrentes afirmações acerca da possibilidade de entender por meio da prática, como argumentaram E19, E22, E31 e E47. De modo semelhante, E33 afirma que: "Achei super legal a ideia de nos colocar no lugar dele, foi muito desafiador.". É relevante sublinhar os ditos de E10 e E24 pois, para esses estudantes, a atividade se mostrou como uma forma alternativa de aprender.

Ademais, os ditos dos estudantes trazem à tona que a atividade oportunizou a participação da maioria dos estudantes, como se observa nas enunciações de E17, E41 e E48. Possivelmente, tais ditos advém dos momentos em que, em volta da mesa e observando a pirâmide e sua sombra projetada, os estudantes eram constantemente desafiados a elaborar hipóteses quanto às técnicas empregadas por Tales. Ficou explícita o protagonismo dos estudantes, seja propondo ideias, manuseando a lanterna a fim de projetar as sombras, debatendo com os colegas ou consultando a *internet*, de modo que as enunciações supracitadas endossam o observado em aula.

De certo modo, os ditos de E9 e E15 reafirmam a participação dos estudantes, pois como destaca E15, "[...] as pessoas ficam mais imersas no conteúdo.". Isso mostra que, apesar da dinamicidade e interatividade da tarefa, permeada por debates e tentativas de resolução muitas vezes infrutíferas, ou seja, um ambiente propício para distrações, a atividade possibilitou aos estudantes imersão e conectividade com o conteúdo.

Por fim, ainda acerca das opiniões dos estudantes sobre a tarefa de calcular a altura da pirâmide, observa-se que apesar da boa aceitação e das positivas adjetivações recebidas, isso não significa ausência de dificuldades, como destacaram E23, E30, E38 e é possível observar no dito de E28. O dito desse estudante evidencia a importância da participação do professor ao longo da tarefa, pois é por meio da proposição de reflexões e questionamentos, do esclarecimento de dúvidas e do encorajamento para a elaboração de estratégias, que o professor de fato auxilia os estudantes na resolução da tarefa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste texto foi compreender alguns dos efeitos de uma proposta para o ensino do Teorema de Tales nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes participantes. A História da Matemática esteve presente na proposta por meio do convite à realização da medição da altura da pirâmide, a partir dos instrumentos e técnicas empregados na antiguidade por Tales. Já a Etnomatemática, quando se propôs aos estudantes a elaboração de diferentes modos de matematizar, sem priorizar aqueles jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Isso, pois, ao elaborar distintos modos para solucionar a questão posta, lança-se mão de diversas técnicas, modos, maneiras, para conhecer, apreender, lidar, com o ambiente natural, social e laboral no qual vivemos, indo ao encontro da Etnomatemática na perspectiva d'ambrosiana. Ademais, quando se propôs aos estudantes refletir sobre o modo de matematizar de Tales, criou-se condições de possibilidade para a compreensão da geração desses saberes, processo fundamental do Programa Etnomatemática, que almeja compreender os processos de geração, organização e difusão dos saberes e conhecimentos matemáticos.

Entre os efeitos observados nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes, destaca-se que a atividade realizada motivou a participação dos estudantes, por meio da criação de hipóteses e oportunizou a participação de todos, uma vez que todas as ideias trazidas à tona foram ouvidas, debatidas e testadas. Nesse sentido, converge à proposta de Lara (2019), considerando a Etnomatemática como método de pesquisa em ensino, uma vez que torna o estudante protagonista, capaz de reconhecer diferentes jogos de linguagens presentes em diferentes civilizações. A proposta aqui apresentada, não perfaz todas as etapas definidas por Lara (2019). Contudo, em estudos futuros, pretende-se possibilitar mais autonomia aos estudantes, desde o início da proposta, por meio da realização de um estudo etnográfico por meio do qual ele perceba e apreenda os saberes matemáticos e os aspectos históricos da constituição do conceito, destacando os diversos povos e civilizações que participaram desse processo.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, U. **Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics**. FLM Publishing Association. v. 5, n. 1. p. 44 – 48, feb. 1985.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade. 2ª ed. 3. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.**

FOUCAULT, M. Microfísica do poder. Org. e trad. Roberto Machado. 7ª ed. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1979.

FOUCAULT, M. A arqueologia do saber. Trad. Luiz Felipe Baeta Neves. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1987.

FOUCAULT, M. Vigiar e punir: nascimento da prisão. Tradução de Ligia M. Pondé Vassallo. 9. ed. Petrópolis: Vozes, 1991.

LARA, I. C. M. de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveisarticulações com aEtnomatemática.VIDYA, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul/dez. 2013.

LARA, I. C. M. de.Formas de vida e jogos de linguagem: a Etnomatemática como método depesquisa e de ensino.Com a Palavra o Professor, Vitória da Conquista, v.4, n.9,p. 36-54,maio/ago.2019

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. História na Educação Matemática: propostas e desafios. 2. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

SAITO, F. História da Matemática e suas (re)construções contextuais. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SANTOS, J. B. P. dos. ETNOMATEMÁTICA & HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: movimentos de contraconduta na Educação Básica. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. 304 f. 2020.

SANTOS, J. B. P. dos.; LARA, I. C. M. de. O algoritmo da multiplicação: possibilidades de diferentes formas de matematizar. ACTIO: DOCÊNCIA EM CIÊNCIAS, v. 4, p. 629-651, 2019

SANTOS, J. B. P. dos.; LARA, I. C. M. de HISTÓRIA DA MATEMÁTICAE ETNOMATEMÁTICA: O ENSINO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS. REVISTA DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, v. 11, p. 1-20, 2021a

SANTOS, J. B. P. dos.; LARA, I. C. M. de. O Ensino de Logaritmos: uma proposta que articula História da Matemática e Etnomatemática. HIPÁTIA - REVISTA BRASILEIRA DE HISTÓRIA, EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA, v. 6, p. 181-198, 2021b

WITTGENSTEIN, L. **O Livro Castanho**. Trad. Jose Marques. Edições 70: Rio de Janeiro, 1958.

WITTGENSTEIN, L. Investigações Filosóficas. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1979.