HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA: ações pedagógicas para o ensino de Progressões Aritméticas

Isabel Cristina Machado de Lara[1]
Juliana Batista Pereira dos Santos[2]

RESUMO

O objetivo deste artigo é refletir sobre os efeitos e as ações pedagógicas emergentes de uma mesma proposta de ensino, aplicada em dois momentos diferentes. A proposta de ensino abordou conceitos relacionados às Progressões Aritméticas e foi aplicada com dois grupos de estudantes diferentes, nos anos de 2017 e 2018. Foi elaborada a partir da articulação entre História da Matemática e Etnomatemática, com fundamentação teórica pautada nas teorizações pós-estruturalistas dos filósofos Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein, em sua segunda fase. Como resultados, verificou-se que na segunda aplicação da proposta, mais ações pedagógicas emergiram, ao passo que outros efeitos foram produzidos nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes. Conclui-se que, apesar das diferenças entre os efeitos produzidos em ambas as aplicações da proposta, é relevante observar que os efeitos produzidos em comum são justamente aqueles que vão ao encontro do referencial teórico utilizado. De modo geral, as ações emergentes indicam a criação de condições de possibilidade para que os estudantes compreendam a existência de distintos modos de matematizar, contribuindo assim para a reflexão sobre a hegemonia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Palavras-chave: História da Matemática. Etnomatemática. Progressões Aritméticas. Proposta de ensino. Ações pedagógicas.

INTRODUÇÃO

O uso de metodologias diferenciadas, que se afastem das aulas expositivas de quadro e giz, tendem a ter efeitos positivos nos processos de ensino e de aprendizagem. Contudo, independente da metodologia, é consenso de que não existe uma capaz de atingir a todos os estudantes do mesmo modo,

[1] Docente da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Isabel.lara@pucrs.br
[2] Docente da Escola Estadual de Ensino Médio Bibiano de Almeida/Rio Grande. Juhbpereira@gmail.com

produzindo as mesmas aprendizagens. Isso porque cada estudante é único, efeito de uma forma de vida, cada um com suas histórias e seus saberes.

Compreender essa diversidade de saberes matemáticos produzidos em diferentes formas de vida é a preocupação central do Grupo de Estudo e Pesquisas em Etnomatemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, âmbito onde este estudo foi desenvolvido. Nesse sentido, como questão de pesquisa, interessa saber quais as ações pedagógicas emergentes e os efeitos produzidos por uma mesma proposta de ensino realizada em grupos de estudantes de diferentes turmas. Portanto, define-se como objetivo para este texto, refletir sobre os efeitos e as ações pedagógicas emergentes de uma mesma proposta de ensino, quando aplicada em dois momentos diferentes.

A proposta de ensino abordou conceitos relacionados às Progressões Aritméticas e foi elaborada a partir da articulação entre História da Matemática e Etnomatemática. Nesse sentido, na próxima seção, com base nas teorizações de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein, discute-se a articulação entre História da Matemática e Etnomatemática. Em seguida, apresentam-se brevemente aspectos metodológicos acerca da realização das propostas para o ensino de Progressões Aritméticas, como os sujeitos envolvidos, o *corpus* do estudo e a ferramenta analítica adotada. Por fim, apresentam-se os efeitos produzidos pela proposta em diferentes grupos de estudantes, bem como as ações pedagógicas emergentes, refletindo-se sobre as convergências e diferenças alcançadas em cada ano de aplicação da proposta.

REFERENCIAIS TEÓRICOS

As teorizações de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein, filósofos do movimento pós-estruturalista, criam condições de possibilidade para olhar com outras lentes o campo educacional. Nesse sentido, fazendo uso dessas lentes, nesta seção pretende-se refletir acerca da articulação entre duas tendências de pesquisa do campo da Educação Matemática: a História da Matemática e a Etnomatemática. Essas tendências já estão consolidadas individualmente, contudo, alguns pesquisadores apontam aproximações entre ambas como, por exemplo, D'Ambrosio (2000), Ferreira (2003) e Lara (2013).

Para D'Ambrosio (2007, p. 2), a Etnomatemática são os "[...] modos, estilos, artes, técnicas, de explicar, aprender, conhecer, lidar com o ambiente natural, social, cultural e imaginário.". Assim, esses distintos modos de lidar com o ambiente podem ser considerados como modos de matematizar e são diversos porque estão submetidos a uma variedade de grupos e povos que utilizam os saberes matemáticos de formas distintas no seu dia a dia.

Com lentes wittgensteinianas, sobretudo no que se refere à segunda fase do filósofo, pode-se considerar esses distintos modos de matematizar como jogos de linguagem já que, como destaca o filósofo: "O termo "jogo de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida." (WITTGENSTEIN, 1979, p.18, grifo do autor). Além disso, os distintos grupos e povos que recorrem aos saberes matemáticos em sua atividade diária, nessa perspectiva são considerados como formas de vida. Para Wittgenstein (1979), as pessoas que participam de uma mesma forma de vida partilham de mesmas regras, mesmos costumes, mesma cultura, ou seja, não há necessariamente uma ligação biológica.

Do mesmo modo, D'Ambrosio afirma que o prefixo ETNO do termo Etnomatemática não significa apenas etnia, muito embora os participantes de uma forma de vida, assim como de um grupo no sentido d'ambrosiano do termo, possam sim ser de mesma etnia. O autor amplia o prefixo para um conceito que inclui grupos que partilham de símbolos, códigos e ritos, bem como, formas específicas de raciocinar e inferir, diferentes da Matemática Acadêmica[3]. Portanto, é no interior de uma forma de vida que os jogos de linguagem, ou seja, os modos de matematizar, existem e são validados.

As teorizações foucaultianas criam condições que possibilitam reflexões acerca da hegemonia de jogos de linguagem, ou ainda, de determinados modos de matematizar, sobre outros. Isso, pois, ao longo da história da humanidade,

3 Vale ressaltar que na perspectiva dos autores deste estudo, não existem Matemáticas. Utiliza-se o termo Matemática Acadêmica, apenas para ser referir ao modo de matematizar que adquiriu *status* de conhecimento e é disseminado nas instituições de estudo e pesquisa em Matemática.

diversos modos de matematizar surgiram, alguns ganharam *status* de conhecimento, e outros foram marginalizados. De acordo com Foucault, essa segregação se dá por relações de poder-saber constituídas historicamente. Segundo o autor, "[...] não há relação de poder sem constituição correlata de um campo de saber, nem saber que não suponha e não constitua ao mesmo tempo relações de poder." (FOUCAULT, 1991, p. 30).

Esses processos de marginalização já são objeto de pesquisa e reflexão de autores como Lara (2013), Roque (2014), entre outros. Nesses estudos, as autoras apresentam exemplos de modos de matematizar deixados à margem, refletindo sobre esses processos e apresentando exemplos. Do exposto, pode-se concluir que a Matemática Acadêmica é constituída por jogos de linguagem oriundos, especialmente, de formas de vida europeias, que em função de relações de poder-saber históricas, tornaram-se hegemônicos.

Desse modo, ao longo da História da Matemática é possível encontrar outros modos de matematizar produzidos em distintos tempos e espaços, por variadas formas de vida, mas que foram marginalizados. Uma vez marginalizados, não adquiriram *status* de conhecimento e, por isso, não são abordados nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Ademais, a História da Matemática oportuniza conhecer, refletir e compreender as relações de poder-saber constituídas historicamente.

Em relação aos conceitos saber e conhecimento, os estudos foucaultianos tecem diferenças importantes para desenvolver estudos que abordam a temática deste artigo. Tais diferenças podem ser sintetizadas do seguinte modo: "[...] saberes são subjetivos, resultados de diferentes práticas discursivas, enquanto conhecimento refere-se a uma objetividade, a existência do certo e do errado, de relações e regularidades de algo que não é subjetivo." (LARA, 2019, p. 39).

É relevante destacar que, para isso, é fundamental reconhecer que as narrativas históricas podem se dar por diferentes ângulos, visto que dependem de quem as narra, uma vez que não são neutras, mas sim, interessadas (SAITO, 2015). Em linhas gerais, Saito (2015) defende que existem duas perspectivas de

História da Matemática que influenciam a forma em que a narrativa é feita: tradicional; crítica.

A perspectiva tradicional baseia-se em uma historiografia linear e progressista que, em outros termos, pode ser compreendida como uma sucessão encadeada das descobertas matemáticas. Nessa perspectiva entende-se que o desenvolvimento da Matemática só poderia ocorrer de um único modo, seguindo um único caminho rumo ao conhecimento verdadeiro. Livros e aulas realizadas sob essa perspectiva têm foco apenas no resultado matemático, marginalizando aspectos sobre o processo de construção do conhecimento matemático. Por fim, ainda sobre a perspectiva tradicional, Saito (2015) destaca que as obras históricas elaboradas nessa perspectiva são “[...] “presentistas”, isto é, são iluminadas pela matemática do presente que faz o historiador “pinçar” convenientemente no passado somente o que lhe é familiar [...].” (SAITO, 2015, p. 23).

Em relação à perspectiva crítica, essa tem como principal característica a análise dos contextos em que as teorias e conceitos se desenvolveram. Nesse sentido, busca-se “[...] compreender o processo de construção do conhecimento matemático por meio de acurada investigação, não só das diferentes técnicas e conteúdos matemáticos, mas também das circunstâncias nas quais tais técnicas e conteúdos foram elaborados.” (SAITO, 2015, p. 26). Diferentemente da perspectiva tradicional, a perspectiva crítica “[...] procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente, e não ao contrário.” (SAITO, 2015, p. 27). Como argumenta Roque:

> Estudar a matemática do passado apenas com a matemática de hoje em mente é uma postura que os historiadores atuais têm tido o cuidado de evitar. Para vencer os anacronismos, deve-se tentar mergulhar nos problemas que caracterizavam o pensamento de certa época em toda sua complexidade, considerando os fatores científicos, mas também culturais, sociais e filosóficos. Só assim será possível vislumbrar os problemas e, portanto, o ambiente em que se definiram objetos, se inventaram métodos e se estabeleceram resultados. (ROQUE, 2012, p. 19).

Nesse sentido, ao articular História e Etnomatemática assume-se a perspectiva crítica de História da Matemática, uma vez que, entre outros aspectos, valoriza-se o percurso, as influências sofridas ao longo dos processos de geração, organização e difusão dos conhecimentos e reconhece a existência de distintos modos de matematizar. Por isso, como destaca Roque (2014), deve-se considerar que "[...] não há *uma* matemática, que evolui linearmente ao longo do tempo, mas várias práticas matemáticas que nem sempre podem ser traduzidas umas nas outras." (p. 167, grifo da autora).

Em síntese, a História da Matemática, quando utilizada em sua perspectiva crítica (SAITO, 2015) possibilita à Etnomatemática compreender os processos de geração, organização e difusão do conhecimento matemático, ao se investigar as distintas civilizações e os modos pelos quais esses povos utilizavam os saberes matemáticos. Assim, por meio dessa articulação, é possível analisar como os jogos de linguagem, hegemônicos ou marginalizados, foram gerados, organizados e difundidos criando-se condições de possibilidade para compreender as relações de poder-saber envolvidas nessa trama histórica.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

A proposta para o ensino de Progressões Aritméticas foi elaborada com o objetivo principal de utilizar a História da Matemática, articulada com a Etnomatemática, para o ensino de Progressões Aritméticas. Como objetivos específicos delimitou-se: conhecer as principais civilizações da antiguidade e as contribuições para o desenvolvimento do conceito de Progressões Aritméticas; resolver problemas de civilizações antigas envolvendo o conceito de Progressões Aritméticas; identificar as características de uma Progressão Aritmética a partir dos problemas desenvolvidos.

A proposta foi organizada em 18 momentos distintos, cada um com uma duração específica, variando acordo com a atividade elaborada para aquele momento. Ambas as aplicações da proposta foram com estudantes do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Porto Alegre, RS, Brasil. Na primeira aplicação, no ano de 2017, 47 estudantes participaram, e em 2018, participaram 25 estudantes. O Quadro 1 apresenta detalhadamente cada momento da proposta de ensino.

Quadro 1: Detalhamento da proposta de ensino

1° MOMENTO	Duração: 5 minutos
Breve apresentação da proposta acompanhada de uma conversa inicial a fim de verificar, junto aos estudantes participantes, se os mesmos já haviam se questionado a respeito da origem e das aplicações dos conhecimentos matemáticos aprendidos na escola.	
2° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Exposição do documentário The Story of Maths (2008) onde o professor da Universidade de Oxford, Marcus du Sautoy, apresenta um retorno ao passado dos povos e civilizações e destaca suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática. A série é composta por quatro episódios, entretanto, nesta proposta de ensino os estudantes assistirão somente os minutos iniciais do primeiro episódio, onde Marcus apresenta um panorama geral do Egito, alguns de seus costumes, curiosidades acerca do povo e, é claro, algumas das suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática.	
3° MOMENTO	Duração: 15 minutos
Debate acerca do documentário, em especial, sobre as seguintes questões: a) Quais civilizações foram citadas no vídeo?; b) Em qual época/data se tem registros dessa civilização?; c) Em qual região, país, continente, da atualidade, a civilização se desenvolveu?; d) Como era a sociedade da época? Destaque as condições econômicas, questões culturais, a composição social, entre outros.; e) Quais contribuições da civilização, citadas no vídeo, para o desenvolvimento da Matemática?; f) Quais as origens dos problemas matemáticos desenvolvidos, ou ainda, apresentados pela civilização?; g) Outras informações consideradas importantes.	
4° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Divididos em equipes, os estudantes pesquisam sobre a história do Papiro de Rhind, com o intuito de responder questões como: a) o que é o Papiro de Rhind?; b) o que contém?; c) a que período da história está relacionado?; entre outras. A abordagem do Papiro é motivada pelo documentário e se justifica por conter problemas que criam condições de possibilidade para abordar o conceito de Progressões Aritméticas. Para a realização da pesquisa, serão disponibilizados os seguintes livros: Dirk Struik, História Concisa das Matemáticas, 1992; Tatiana Roque, História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas, 2012; Carl Boyer, História da Matemática, 1996; e Howard Eves, Introdução à História da Matemática, 2004. Além da possibilidade de realizar as pesquisas nos livros fornecidos, os estudantes podem utilizar a internet a partir de seu aparelho celular.	
5° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Debate e apresentação dos resultados obtidos ao longo da pesquisa.	
6° MOMENTO	Duração: 50 minutos
Resolução, individual ou coletiva, do problema de número 64 do Papiro de Rhind: “Se te digo, divide 10 héqats de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em héqats de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?”	
7° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação e discussão sobre as estratégias de resolução empregadas pelos estudantes. Registrar no quadro.	
8° MOMENTO	Duração: 50 minutos

Resolução, individual ou coletiva, do problema de número 40 do Papiro de Rhind: "Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?"	
9° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação e discussão sobre as estratégias de resolução empregadas pelos estudantes. Registrar no quadro.	
10° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Discussão sobre as possíveis semelhanças entre ambos os problemas, com o intuito de delimitar suas características. Ou seja, listar particularidades destes problemas, identificados no enunciado ou nos modos de resolução empregados. Registrar no quadro. Refletir sobre o que é uma Progressão Aritmética e esboçar uma definição baseada nas características listadas.	
11° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Continuar no processo de reflexão a fim de instigar os estudantes na construção de uma fórmula para que se possa determinar de modo genérico "quanto coube a cada um". Para tal, pode-se propor questões como: a) sempre é preciso saber quanto coube ao antecessor ou sucessor para saber quanto coube a alguém?; b) de que modo pode-se determinar quanto coube a alguém sem saber seu antecessor ou sucessor?	
12° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Compartilhamento das fórmulas desenvolvidas pelos estudantes e discussão sobre as potencialidades e os limites de cada uma. Registro no quadro.	
13° MOMENTO	Duração: 180 minutos
Resolução de exercícios diversos, utilizando-se para tal, as fórmulas desenvolvidas pelos estudantes. Neste momento, os enunciados dos exercícios ainda são escritos com os jogos de linguagem da turma, inspirados nos problemas do papiro. Para isso, os exercícios a serem resolvidos devem ser reescritos, mantendo-se o objetivo, mas adaptando-se a linguagem. Correção e discussão acerca das estratégias utilizadas e dos resultados obtidos.	
14° MOMENTO	Duração: 50 minutos
Apresentação dos resultados da pesquisa sobre quem foi Carl Friedrich Gauss, quais suas contribuições para a Matemática e, em especial, qual a sua relação com as Progressões Aritméticas (pesquisa realizada em casa). Reflexão e debate em torno do problema proposto à Gauss sobre a soma de todos os números inteiros de 1 a 100. Resolução do problema, individual ou coletivamente. Registro no quadro.	
15º MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação e discussão sobre as estratégias de resolução empregadas pelos estudantes. Registrar no quadro.	
16° MOMENTO	Duração: 120 minutos
Apresentação do trabalho realizado em casa e em grupo, sobre distintas civilizações históricas. Neste trabalho, os estudantes devem destacar questões como: a) época em que viveu/vive a civilização:; b) povos da atualidade são descendentes deste?; c) qual região, país, continente, da atualidade, a civilização se desenvolveu?; d) como era a sociedade da época, destacando condições econômicas, questões culturais, a composição social, entre outros.; e) destacar contribuições importantes da civilização para o desenvolvimento da Matemática:; f) quais as origens dos problemas matemáticos desenvolvidos pela civilização?; g) apresentação de exemplos de problemas que envolvam o conceito de Progressões Aritmética e que tenha sido proposto/resolvido pela civilização.	
17° MOMENTO	Duração: 50 minutos
Apresentação aos estudantes da definição de P.A. com a linguagem da Matemática Escolar. Comparação entre a linguagem adotada pelos estudantes e a nomenclatura da linguagem da Matemática Escolar. Comparação entre as fórmulas de termo geral e soma dos termos, tanto a construída pelos estudantes como a própria da Matemática Escolar. Discussão e reflexão acerca das diferentes linguagens.	

18° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Para encerrar, os estudantes respondem de forma escrita, aos seguintes questionamentos: 1) Iniciando o estudo das Progressões Aritméticas solicitei à turma que refletisse e resolvesse dois problemas, encontrados no Papiro de Rhind: "Se te digo, divide 10 *héqats* de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em *héqats* de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?". E o segundo foi: "Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?" **Em ambos você foi desafiado a resolvê-los. Descreva como foi para você realizar essa tarefa**. 2) Na sua opinião, **por que estes problemas do Papiro foram apresentados e não outros?** 3) A partir dos elementos principais desses problemas foi elaborada uma fórmula, utilizando para tal a linguagem própria desses problemas. **Na sua opinião, a fórmula criada a partir da linguagem dos problemas do Papiro deu conta de resolver problemas de Progressões Aritméticas?** 4) Ao final da proposta, apresentei a fórmula em sua linguagem tradicional, própria da Matemática Escolar. **Você viu relações entre a fórmula construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar? Quais?** 5) **Descreva quais dificuldades e/ou facilidades você enfrentou nessa transição, para comparar as duas fórmulas**. 6) Das duas fórmulas, a construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar**, alguma delas tem mais significado para você? Por quê?** 7) No momento de realizar as atividades de aula e as avaliações, **você teve preferência sobre alguma das fórmulas? Por quê?** 8) Conhecer outra linguagem, diferente da linguagem da Matemática Escolar, **mudou algo em sua forma de pensar? O que?** 9) Na sua opinião, uma fórmula é mais importante que a outra? **Qual? Por quê?** **SUGESTÕES | COMENTÁRIOS:**	
TEMPO APROXIMADO DA PROPOSTA:	790 minutos
REFERÊNCIAS	
BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher LTDA, 1996 EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004. ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012 STRUIK, D. **História Concisa das Matemáticas.** Lisboa: Gradivas, 1992 THE STORY OF MATHS. Escrito e apresentado por Marcus du Sautoy. Produção de a Open University e a BBC. Reino Unido, 2008.	

Fonte: Retirado de SANTOS (2020)

O último momento de cada proposta foi previsto para que os estudantes participantes respondessem um questionário com o intuito de avaliar a proposta realizada. As perguntas foram elaboradas de modo que as respostas fossem dissertativas, criando-se assim condições de possibilidade para que os estudantes pudessem refletir e expor o que julgassem necessário. As respostas dos estudantes aos questionários, juntamente com questionários obtidos a partir de outras cinco propostas de ensino, formam o corpus de um estudo mais amplo, uma tese de doutoramento desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do sul.

O objetivo da tese defendida em 2020 foi de categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática, e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. A partir disso, neste texto, delimita-se à análise apenas das ações emergentes de uma mesma proposta de ensino, sobre Progressões Aritméticas, que foi aplicada em dois momentos diferentes.

O método analítico utilizado sobre as respostas dos estudantes foi a Análise Genealógica Foucaultiana, realizada de forma separada, por proposta de ensino. Ao realizar essa análise buscou-se identificar as condições de existência do discurso propagado pelos estudantes e, mais do que isso, identificar quais os efeitos que as propostas de ensino produziram sobre os processos de ensino e de aprendizagem desses estudantes. Identificados os efeitos, fez-se um movimento de voltar à proposta de ensino, buscando pelas ações docentes que produziram esses efeitos, obtendo-se assim, as ações pedagógicas emergentes. Vale ressaltar que as ações são emergentes uma vez que só foram consideradas como ações pedagógicas aquelas cujos efeitos produzidos criaram condições de possibilidade para a comprovação da hipótese assumida na tese.

Nesse sentido, na próxima seção, apresentam-se alguns resultados obtidos, evidenciando-se os efeitos produzidos pelas propostas de ensino, com destaque às ações emergentes desses efeitos. Além disso, prioriza-se as convergências e diferenças entre os resultados de cada aplicação da proposta para o ensino de Progressões Aritméticas.

RESULTADOS

A primeira realização da proposta de ensino foi em 2017 e resultou em seis diferentes efeitos nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes participantes, criando condições para a emergência de quatro ações pedagógicas. O Quadro 2 apresenta os efeitos e ações emergentes da primeira aplicação da proposta:

Quadro 2: Efeitos e ações emergentes da primeira aplicação da proposta

<table>
<tr><th>Ações</th><th>Efeitos</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Iniciar um conceito com resolução de problemas históricos.</td><td>Evidencia a necessidade de os estudantes recorrerem a habilidades de leitura, interpretação e raciocínio lógico.</td></tr>
<tr><td>Proporciona o entendimento de que existem distintos modos de matematizar.</td></tr>
<tr><td>Motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios</td><td>Oportuniza que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo.</td></tr>
<tr><td>Oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.</td><td>Possibilita a reflexão dos estudantes sobre a hegemonia da Matemática Escolar.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.</td><td>Cria condições para compreender questões relacionadas aos contextos nos quais determinados conceitos matemáticos emergiram.</td></tr>
<tr><td>Possibilita aprendizagens para além do conceito específico a um componente curricular.</td></tr>
</table>

Fonte: Retirado de SANTOS (2020)

Já em relação à segunda aplicação da proposta de ensino, 17 distintos efeitos foram produzidos sobre os estudantes, dando origem a seis ações pedagógicas emergentes, como é possível verificar no Quadro 3.

Quadro 3: Efeitos e ações emergentes da segunda aplicação da proposta

<table>
<tr><th>Ações</th><th>Efeitos</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática</td><td>Possibilita movimentos de contraconduta frente aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.</td></tr>
<tr><td>Motiva para os processos de ensino e de aprendizagem.</td></tr>
<tr><td>Proporciona aprendizagens que não se limitam aos conceitos presentes no conteúdo programático.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos</td><td>Contribui para o esclarecimento de dúvidas.</td></tr>
<tr><td>Cria um ambiente dialógico.</td></tr>
<tr><td>Propicia aprendizagens.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Iniciar um conceito com resolução de problemas históricos.</td><td>Mobiliza a interpretação e o raciocínio lógico.</td></tr>
<tr><td>Combate a inércia que decorre do ensino regulado pela reprodução.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios.</td><td>Oportuniza que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo.</td></tr>
<tr><td>Mostra que há diversos modos de matematizar</td></tr>
<tr><td>Favorece uma reflexão sobre a hegemonia do modo de matematizar da Matemática Escolar.</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Possibilita identificar as semelhanças de família entre os distintos jogos.</td></tr>
<tr><td>Mostra que há diversos modos de matematizar.</td></tr>
</table>

Comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar.	Oportuniza que a aprendizagem das fórmulas seja conduzida de outro modo.
Oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.	Possibilita a reflexão dos estudantes sobre a hegemonia da Matemática Escolar.
	Favorece a compreensão de que em diversos casos não é preciso decorar fórmulas e aplicar regras estabelecidas a priori.
	Destaca a possiblidade de elaborar estratégias próprias de resolução.
	Mostra que há diversos modos de matematizar.
	Faculta aos estudantes a oportunidade de escolher uma linguagem mais significativa e compreensível.

Fonte: Retirado de SANTOS (2020)

Observa-se que os efeitos da proposta nos processos de ensino e de aprendizagem foram diferentes nos dois anos em que a proposta foi realizada. Entre os efeitos, é relevante destacar que apesar dessas diferenças, alguns efeitos estão presentes em ambas aplicações, como, por exemplo, os efeitos relacionados à: compreensão, por parte dos estudantes, de que existem diferentes modos de matematizar; oportunidade de que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo; reflexão sobre a hegemonia do modo de matematizar da Matemática Escolar; possibilidade de aprendizagens para além do conceito específico a um componente curricular.

Frente à esses efeitos, é relevante mencionar as finalidades para o uso pedagógico da História da Matemática, propostas por D'Ambrosio (2000), que são:

> 1. para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2. para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade; 3. para destacar que essa Matemática teve suas origens nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio; 4. para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências sócio-culturais dessa incorporação. (D'AMBROSIO, 2000, p. 248).

Nesse sentido, pode-se afirmar que, dentre a diversidade de efeitos que a proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas causou nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes, alguns desses efeitos, sobretudo aqueles que foram comuns às duas aplicações da proposta, vão ao encontro das finalidades do uso pedagógico da História da Matemática, na perspectiva de D'Ambrosio.

Assim como em relação aos efeitos, sobre a ações identifica-se que algumas emergiram em ambas aplicações da proposta, como as ações de: iniciar um conceito com resolução de problemas históricos; motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios; oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem. Contudo, é relevante observar que, apesar dessas ações terem emergido nas duas propostas, alguns dos efeitos por elas produzidos são distintos, como se verifica nos Quadros 2 e 3. Esse fato vai ao encontro das hipóteses assumidas neste texto, de que não existe uma metodologia capaz de atingir a todos os estudantes do mesmo modo, produzindo as mesmas aprendizagens e os mesmos efeitos.

Por fim, cabe destacar que as ações pedagógicas emergentes foram constituídas a partir de enunciações como: "I*sso me faz pensar que a Matemática é algo realmente impressionante. Você pode fazer uma conta de mil formas diferentes que no final o resultado é o mesmo. E o fato de ter vários caminhos para chegar no resultado torna isso mais fácil pois cada um se familiariza com um modo diferente.*"4. Ademais, a análise mostra que a inserção da leitura de livros de História, nas aulas de Matemática, oportunizou aos estudantes movimentos de contraconduta, o que vai ao encontro do que afirma Lara (2019, p.62): "A Etnomatemática, nessa perspectiva, pode ser considerada como uma contraconduta capaz de contribuir para reaparição desses saberes, ou nas palavras de Foucault, para insurreição dos saberes sujeitados.".

4 Optou-se por escrever as respostas dos estudantes entre aspas e em itálico para diferenciar de citações teóricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste texto foi refletir sobre os efeitos, e as ações pedagógicas emergentes de uma mesma proposta de ensino, quando aplicada em dois momentos diferentes. Como já se esperava, os resultados obtidos em ambas as aplicações não foram iguais, isso, porque, cada estudante é fruto de uma forma de vida e aprende de uma maneira.

A segunda aplicação da proposta gerou mais efeitos quando comparada à primeira aplicação, havendo, portanto, um grande número de efeitos diferentes nos processos de ensino e de aprendizagem. Contudo, apesar das diferenças, é relevante observar que os efeitos produzidos em comum são justamente aqueles que vão ao encontro do referencial teórico utilizado, baseado fundamentalmente nas teorizações de Foucault e Wittgenstein, em sua fase de maturidade, e na articulação entre Etnomatemática e História da Matemática.

Além disso, observa-se que esses mesmos efeitos vão ao encontro das finalidades do uso pedagógico da História da Matemática, na perspectiva de D'Ambrosio (2000). Nesse sentido, pode-se concluir que, apesar das propostas de ensino terem produzido efeitos diferentes em suas duas aplicações, de modo geral, as ações emergentes criam condições de possibilidade para que os estudantes compreendam a existência de distintos modos de matematizar, contribuindo assim para a reflexão sobre a hegemonia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, U. A interface entre história e matemática: Uma visão histórico-pedagógica. In: John A. Fossa (Org.). **Facetas do Diamante: ensaios sobre educação matemática e história da matemática**. Rio Claro, SP: Editora da SBHMat, p. 241-271. 2000.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª ed. 3ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e educação. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. de. (Orgs) **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** 1ª ed. 2ª reimp. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010.

FERREIRA, E. S. **O que é Etnomatemática**. Texto digital. 2003. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/leptrans/arquivos/etno.pdf>. Acesso em: ago. 2022.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir**: nascimento da prisão. Tradução de Ligia M. Pondé Vassallo. 9ª ed. Petrópolis: Vozes, 1991

LARA, I. C. M. de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveisarticulações com aEtnomatemática.VIDYA, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul/dez. 2013.

LARA, I. C. M. de.Formas de vida e jogos de linguagem: a Etnomatemática como método depesquisa e de ensino.Com a Palavra o Professor, Vitória da Conquista, v.4, n.9,p. 36-54,maio/ago.2019.

SANTOS, J. B. P. dos. ETNOMATEMÁTICA & HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: movimentos de contraconduta na Educação Básica. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. 304 f. 2020.

ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T. Desmascarando a equação. A história no ensino de que matemática?. **Revista Brasileira de História da Ciência**. Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 167 - 185, jul – dez, 2014.

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 2 ed. São Paulo: Abril Cultural, 1979.