



## UMA BIOGRAFIA DE OMAR KHAYYAM (1048-1131)

Rosângela Araújo da Silva<sup>1</sup>

### RESUMO

O objetivo do presente artigo é apresentar uma biografia de Omar Khayyam (1048-1131), um estudioso islâmico medieval do século XI, cujos interesses e desenvolvimentos estariam classificados atualmente nas diversas áreas do conhecimento, tais como: matemática, poesia, astronomia e filosofia. O nosso interesse em *Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyāmī* veio por meio de seu tratado algébrico, fruto de um texto utilizado em uma pesquisa doutoral, porém ele é mais conhecido no ocidente como poeta, quando em 1859 o escritor inglês Edward Fitzgerald traduziu os versos intitulados *Rubaiyat* de Omar Khayyam. Para a pesquisa biográfica realizou-se uma busca em artigos, páginas eletrônicas e livros com este viés na perspectiva de uma pesquisa bibliográfica conforme Gil (2008). Considerando que ao nos dedicarmos na busca de informações sobre uma figura histórica, só conseguiremos apresentar alguns aspectos biográficos, pois não é possível retratar e escrever a biografia de um estudioso nove séculos após sua vida. Por isso, denominamos uma biografia que poderá ser complementada em estudos e trabalhos futuros.

**Palavras-chave:** Biografia de um estudioso islâmico medieval. Omar Khayyam. Quadras do *Rubaiyat*. Tratado algébrico de Omar Khayyam.

### INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata sobre uma biografia do estudioso islâmico Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyāmī (1048-1131), conhecido no ocidente como Omar Khayyam ou al-Khayyami, nascido em Nishapur, Khurasan na Pérsia (atual Irã). (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019).

Em termos atuais, Omar Khayyam seria denominado como matemático, algebrista, geômetra, poeta, astrônomo e filósofo. Desde a tradução de seus poemas, conhecidos como *Rubaiyat*, para o inglês no século XIX, Khayyam foi honrado como poeta até mais do que como matemático. A verificação das fontes biográficas constituiu-se por meio de um exame bibliográfico realizado sobretudo

---

<sup>1</sup> E-mail: rsilva.6402@gmail.com



em livros e artigos científicos com uma abordagem qualitativa e biográfica (GIL, 2008).

O artigo apresenta um texto com uma breve biografia de Omar Khayyam com a primeira seção dedicada ao seu nome e suas origens, em sequência trazemos alguns de seus feitos matemáticos, assim como as contribuições em astronomia, filosofia e poesia, finalizando com as considerações obtidas.

## **UMA BREVE BIOGRAFIA DE OMAR KHAYYAM**

Para apresentar uma biografia de *Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyāmī* começaremos com a primeira seção dedicada ao seu nome e suas origens. Em sequência, tem-se que Omar Khayyam em linguagem contemporânea seria descrito como matemático, poeta, astrônomo e filósofo. Segundo Berggren (2016), as quadras do texto *Rubaiyat* são vastamente conhecidas pelo mundo, e Khayyam é admirado como poeta, mais do que como matemático, filósofo ou astrônomo fora do mundo islâmico, no entanto, para Shuriye e Daoud (2011) em seu próprio período histórico, Khayyam era conhecido como metafísico e cientista, e não como poeta, e é atualmente referenciado na Pérsia, principalmente, por seus desenvolvimentos em matemática. Assim, apresentaremos nas seções seguintes as diversas facetas de Khayyam.

### **O nome e as origens de Omar Khayyam**

O estudioso islâmico Omar Khayyam<sup>2</sup> nos foi apresentado no tratado algébrico pertencente aos nossos estudos doutorais, e seu nome completo como o texto é apresentado na tradução francesa “Do honrado estudioso *Ghiyath al-Din*

---

<sup>2</sup> Usaremos em nosso trabalho a transliteração Omar Khayyam, porém ressaltamos que Umar al-Khayyāmī é a transliteração árabe de conforme o site *Islamic Scientific Manuscripts Initiative* (ISMI): <https://ismi.mpiwg-berlin.mpg.de/>



*Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyāmī*". (WOEPCKE, 1851, p. 01, tradução nossa<sup>3</sup>).

Dessa forma, o nome do estudioso será a nossa primeira investigação, para Berggren (2016) uma criança de uma família muçulmana recebe seu nome segundo alguns estereótipos. O esclarecimento começa com o nome Umar, o nome do meio, como sendo um nome próprio em nossa cultura ocidental. Após Umar vem a frase *ibn Ibrahim*, que significa filho de Ibrahim, em sequência *Al-Nisaburi* que indica o seu local de origem (Nishapur). Nesse caso específico, ele recebeu ao final o nome pode recebeu um apelido *al-Khayyāmī*, 'o fabricante de tendas', que se refere possivelmente a profissão de seu pai Ibrahim ou de algum de seus antepassados. No decorrer da vida o nome pode ser acrescentado do nome de um filho, destarte acrescentou *Abu'l-Fath* que significa 'o pai de al-Fath' e recebeu um título *Ghiyath al-Din*, nesse caso 'A ajuda da fé' (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019).

Assim esclarecemos o nome de Omar Khayyam, conhecido no ocidente por diferentes transliterações no decorrer dos séculos, entre elas temos: Omar Khayyam, al-Hayyam, al-Khayyammi, al-Khayyam, Khayyam, Umar al-Khayyam, Umar Khayyam e Umar al-Hayyam.

Segundo Youschkevitch e Rosenfeld (2019), Khayyam nasceu em 15 de maio de 1048, em Nishapur, Khurasan na Pérsia (atual Irã) e morreu, também em Nishapur, em 4 de dezembro de 1131, segundo os autores:

A data de nascimento mais antiga fornecida é aproximadamente 1017, mas a data provável (fornecida acima) deriva do historiador Abu'l-Hasan al-Bayhaqī (1106-1174), que conheceu al-Khayyāmī pessoalmente e deixou um registro de seu horóscopo. A data provável da morte baseia-se em parte no relato da tumba de Nizāmī 'Aūdī Samarqandī em AH 530 (1135/1136 DC), quatro anos antes da morte deste último. Esta data é confirmada pelo escritor do século XV Yār-Ahmed Tabrīzī. (Youschkevitch; Rosenfeld, 2019, p. 01, tradução nossa)

---

<sup>3</sup> Em francês lê-se: Du sage excellent Ghiyāth Eddīn Aboul Fath Omar ben Ibrāhim Alkhayyāmī de Nīchābour (WOEPCKE, 1851, p. 01).



O nascimento do sábio islâmico ocorreu em seguida da invasão de Khurasan pelos seljúcidas<sup>4</sup>, os grandes sultões Seljúcidas invadiram também e conquistaram Khorezm, o Irã e o Azerbaijão, estabelecendo um grande e instável império militar. E a juventude de Omar Khayyam foi vivenciada com os momentos de luta dos seljúcidas para se manterem no poder<sup>5</sup>.

### Omar Khayyam: o matemático

Antes de seus 22 anos, mesmo com as dificuldades políticas descritas, Khayyam escreveu um tratado ainda não recuperado intitulado *Mushkilāt al-hisāb* (Problemas de Aritmética), um curto trabalho sobre a teoria da música, *al-Qāwl 'alā ajnās allatī bi'l-arba'a* (Discussão sobre gêneros contidos em um quarto) e seu primeiro e curto tratado algébrico sem título no qual:

A construção de Al-Khayyāmī de tal teoria geométrica de equações cúbicas pode ser considerada a mais bem-sucedida realizada por um estudioso muçulmano. Em seu primeiro tratado algébrico curto e sem título, ele já havia reduzido um problema geométrico específico a uma equação,  $x^3 + 200x = 20x^2 + 2000$ , e resolveu isso por uma interseção da circunferência  $y^2 = (x - 10).(20 - x)$  e hipérbole equilátera. Ele também observou haver encontrado uma solução numérica aproximada com um erro de menos de 1 por cento, e observou ser impossível resolver esta equação por meios elementares, uma vez que requer o uso de seções cônicas. Esta é talvez a primeira afirmação na literatura matemática sobrevivente de que as equações do terceiro grau não podem ser resolvidas geralmente com régua e compasso, isto é, em radicais quadráticos - e al-Khayyāmī repetiu essa afirmação em seu *Risāla* posterior. (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019, p. 08, tradução nossa).

Este tratado algébrico foi introdutório para o seu grande trabalho, como já mencionamos nesse artigo, a obra matemática mais notória de Khayyam é o Tratado sobre as demonstrações dos problemas da álgebra e almuqabala (*Al-*

<sup>4</sup> Brentjes (2008) afirma que os grandes sultões Seljúcidas (1037–1157) fizeram as cidades de Bagdá, Esfahan e Nishapur, como capitais de seu império, e governaram o Irã, Iraque, Anatólia, Síria e Palestina sob os califados abássidas.

<sup>5</sup> Morey (2021) contextualiza o império islâmico medieval da época e Bandeira (2021) expõe o período histórico em que Khayyam viveu.



*Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala*<sup>6</sup>), ele escreveu em Samarcanda no Uzbequistão, em 1070, onde foi apoiado pelo jurista Abu Tahir.

Khayyam apresentou em seu texto a álgebra e a almuqabala como uma arte científica e de excelência, no qual, por equações, com a finalidade de determinar as quantidades desconhecidas (a *coisa*) por meio de quantidades conhecidas, sejam elas numéricas ou geométricas. O tratado trouxe a classificação desses 25 tipos de equações divididas por seus números de termos, sejam elas: com dois, três ou quatro termos.

Khayyam desenvolve em seu texto resoluções por métodos geométricos para cada um dos tipos de equação, essas resoluções são elaboradas em duas partes, sendo a primeira parte composta por 11 tipos, resolvidos por métodos euclidianos, e a segunda parte composta por 14 tipos, as quais todas foram equações cúbicas foram resolvidas por interseções de seções cônicas. Cada tipo de equação teve tiveram suas resoluções elaboradas explicitando o número de raízes encontradas, sempre positivas, os casos possíveis e impossíveis, assim como os antecessores<sup>7</sup> que também desenvolveram resoluções para aqueles modelos de equações, com citações de acertos e falhas conhecidos pelo estudioso islâmico. (KHAYYAM, 1953).

Em 1077 escreveu *Sharh ma ashkala min musadarat kitab Uqlidis* (Explicações sobre as dificuldades dos postulados de Euclides), uma seção importante deste livro diz respeito ao famoso postulado paralelo de Euclides, que também atraiu o interesse de Thabit ibn Qurra. Al-Haytham também havia tentado uma demonstração do postulado; A tentativa de Omar também não teve êxito, embora tenha marcado um avanço distinto em relação aos seus antecessores. (JOSEPH, 2011).

Para Youschkevitch e Rosenfeld (2019), os comentaristas muçulmanos dos *Elementos* no século IX começaram a elaborar a teoria das paralelas tentaram estabelecer uma base diferente daquela apresentada por Euclides em seu quinto postulado. Thābit ibn Qurra e Ibn al-Haytham foram atraídos pelo problema,

<sup>6</sup> Título constante no texto de Rosenfeld (2008, p. 2176).

<sup>7</sup> Para aprofundar os estudos sobre os algebristas anteriores a Omar Khayyam indicamos os estudos de Hogendijk (2008a), Hogendijk (2008b), Djebbar (2013), Rashed (1994, 2015), Silva e Morey (2021).



enquanto Khayyam tomou como ponto de partida para sua teoria das paralelas um princípio derivado, segundo ele, seguindo o filosofando por Aristóteles. O princípio consiste em duas afirmações, cada uma equivalente ao quinto postulado de Euclides.

Khayyam primeiro provou que duas perpendiculares a uma linha reta não podem se cruzar porque elas devem se cruzar simetricamente em dois pontos e em ambos os lados da linha reta; portanto, eles não podem convergir. Da segunda afirmação, segue-se o princípio de que duas perpendiculares traçadas em uma linha reta não podem divergir porque, se o fizessem, teriam que divergir em ambos os lados da linha reta. Portanto, duas perpendiculares à mesma reta não convergem nem divergem, sendo de fato equidistantes uma da outra. (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019, p. 11, tradução nossa).

Khayyam provou também oito proposições que deveriam ser adicionadas ao Livro I dos *Elementos* no lugar da proposição 29, em sua opinião, com a qual Euclides iniciou a teoria das linhas paralelas e com base no quinto postulado do Livro I. Ele construiu um quadrilátero desenhando duas linhas perpendiculares de igual comprimento nas extremidades de um determinado segmento AB. Chamando as perpendiculares AC e BD, a figura foi, portanto, limitada pelos segmentos AB, AC, CD e BD, um birretângulo frequentemente chamado de "quadrilátero de Saccheri", em homenagem ao geômetra do século XVIII que o usou em sua própria teoria das paralelas.

### **Omar Khayyam: astrônomo, filósofo e poeta**

Em 1074, Khayyam foi convidado pelo sultão Malik-Shah<sup>8</sup>, governante de Esfahan, neto de Toghril Beg<sup>9</sup>, fundador da dinastia Seljuq, para construir um Observatório em Esfahan e trabalhar com um grupo de astrônomos neste observatório. Khayyam permaneceu em Esfahan por 18 anos e ali produziu tantos outros trabalhos.

<sup>8</sup> Segundo Youschkevitch e Rosenfeld (2019), o terceiro e mais famoso dos sultões Seljúcidas Jalāl al-Dīn Malik-Shāh (1055-1092).

<sup>9</sup> Toghril Beg (990-1063), fundador da dinastia Seljúcida, dinastia que governou o Irã, Iraque, Síria e Anatólia durante os séculos 11 a 14. Para contextualização da dinastia Seljúcida veja Morey (2021).



Sobre a reforma do calendário, Khayyam apresentou um plano por volta de 1079, no qual o novo calendário elaborado seria baseado em um ciclo de trinta e três anos, denominado “era Maliki” ou “era Jalālī” em homenagem ao sultão. Os anos 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 e 33 de cada período foram designados como anos bissextos de 366 dias, enquanto a duração média do ano era de 365,2424 dias (um desvio de 0,0002 dia do verdadeiro calendário solar), uma diferença de um dia acumulando-se assim ao longo de um período de 5.000 anos (no calendário gregoriano, o ano médio é de 365,2425 dias com 3.333 anos). (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019).

Os autores soviéticos fizeram a comparação entre o calendário Jalali proposto por Khayyam e o gregoriano e apontaram que o de Khayyam era mais preciso por aproximadamente cinco milênios, Joseph (2011) também realiza uma comparação entre os dois calendários, chegando a conclusões semelhantes quanto a inserção dos anos bissextos e a maior precisão do calendário Jalali em relação ao gregoriano.

Em sua vertente filosófica, Khayyam escreveu em 1080 um *Risāla al-kawn wa'l-taklif* (Tratado sobre o ser e o dever), ao qual está anexado *Al-Jawab 'an thalāth masā'il: daūrat al-tadadd fi'l 'ālam wa'l-jabr wa'l baqā* (Uma resposta às três perguntas: sobre a necessidade de contradição no mundo, sobre a necessidade de determinismo e sobre a longevidade). Texto escrito, provavelmente, concomitante quando ele escreveu, para um filho de Mu'ayyid al-Mulk (vizir em 1095-1118), *Risāla fi'l kulliyat al-wujūd* (Tratado sobre a Universalidade do Ser) e *Risāla al-diyā 'al-'aqli fi mawdū' al-'ilm al kulli* (Tratado sobre a Existência) as quais são duas obras que não podem ser datadas com precisão. Pode ser simplificado que os textos filosóficos de Khayyam aproxime-se do aristotelismo oriental propagado por Ibn Sina, ou seja, um aristotelismo com pitadas de platonismo para se adequar à doutrina religiosa muçulmana. (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019).

Como poeta, alguns historiadores atribuem a Khayyam a autoria de mais de 1.000 quadras, escritas em persa, a quadra também conhecida como *rubai*. Em 1859, o poeta inglês Edward Fitzgerald publicou traduções de setenta e cinco das quadras, uma edição que popularizou Khayyam no ocidente, pois desde então,



além desses muitos outros poemas foram publicados em várias línguas europeias. Youschkevitch e Rosenfeld (2019) afirmam que o poeta inglês Edward Fitzgerald publicou em sua primeira tradução setenta e cinco quadras, tivemos acesso a alguns exemplares dos *Rubaiyat*, como exemplos citamos uma tradução de Fitzgerald publicada neste século com 101 quadras e uma tradução em português realizada por Alfredo Braga com 120 quadras, respectivamente estão nas referências com Khayyam (2011) e Khayyam (2003).

Ressaltamos uma mudança na vida de Khayyam, em 1092 Malik-shāh morreu, seu vizir Nizām al-Mulk foi assassinado, após essas mortes Khayyam foi tratado com hostilidade pelos sucessores, o apoio financeiro foi retirado do observatório e suas atividades foram interrompidas, além do fato que como ostentava em suas quadras seu livre pensamento, tornava-o não aceitável para os muçulmanos ortodoxos, devido à religião. (YOUSCHKEVITCH; ROSENFELD, 2019).

Apresentamos uma breve biografia de Omar Khayyam, mostrando-o como um estudioso e um poeta de ideias avançadas, finalizaremos com uma quadra que não agradece, nem se emociona pela vida ou pela morte:

Não temo a morte. Prefiro esse ato inelutável  
ao outro que me foi imposto no dia em que nasci.  
O que é a vida, afinal? Um bem que me confiaram  
sem me consultarem e que entregarei com indiferença.

*Rubaiyat* de Omar Khayyam, quadra 61. Khayyam (2003).

Essa é uma das quadras que não era bem vista pelos muçulmanos ortodoxos, ela expressa sua indiferença ao dom da vida, considerada dada por Alá e dessa maneira a vida é algo a agradecer.

## **CONSIDERAÇÕES**

Independente da personalidade não será possível escrever a biografia completa, por isso afirmamos que esta é uma biografia de Ghiyath al-Din Abu'l-Fath





Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyāmī. Trouxemos aqui alguns aspectos de sua trajetória de vida.

Uma vida de lutas e de extrema importância para matemática no geral, e em particular quando estudamos o tratado algébrico desenvolvido no século XI, com uma maestria, por meio de métodos geométricos e sem os recursos da notação algébrica moderna. Khayyam apresentou soluções para as equações cúbicas, trazendo para cada modelo sua resolução geométrica e seus casos possíveis e impossíveis.

No decorrer dos estudos notamos poucos textos em língua portuguesa sobre Omar Khayyam, então consideramos a necessidade de apresentar um pouco sobre este estudioso islâmico no evento. Khayyam escreveu versos, seus famosos rubaiyat, assim como versou nas ciências, desenvolvendo trabalhos em matemática, filosofia e astronomia. O presente trabalho busca também fomentar e preencher as lacunas em relação aos estudos e personalidades que fizeram parte do período medieval no mundo islâmico.

## REFERÊNCIAS

BANDEIRA, F. A. Ghiyāth Al-Dīn Abū'l-Faḥ 'Umar Ibn Ibrāhīm Al-Naysābūrī Al-Khayyām (1048-1131). In: PEREIRA, A. C. C.; MOREY, B. (Org.). **Estudiosos em Ciências e Matemática no Mundo Islâmico Medieval**. Fortaleza: EdUECE, 2021. p. 8-42.

BERGGREN, J. L. **Episodes in the Mathematics of Medieval Islam**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2016.

BRENTJES, S. Patronage of the mathematical sciences in Islamic societies: structure and rhetoric, identities, and outcomes. In: ROBSON, E.; STEDALL, J. (eds.) **The Oxford Handbook of the History of Mathematics**. Oxford: Oxford University Press, 2008. p. 301-328.

DJEBBAR, A. **L'âge d'or des sciences arabes**. Éditions Le Pommier/ EPPDSCI, Paris, 2013.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HOGENDIJK, J. P. Abu Ja'far al-Khazin. In: SELIN, Helaine (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008a. p. 6-7.



HOGENDIJK, J. P. Mathematics in Islam. *In*: SELIN, Helaine (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008b. p. 1393-1396.

JOSEPH, G. G. **The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics**. 3. ed. Princeton: Princeton University Press, 2011.

KHAYYAM, O. О доказательствах задач алгебры и алмукабалы, *In*: ROSENFELD, B. A. Математические Трактаты Омара Хайяма. **Историко-математика Исследования**, Moscou, n. 06, p. 11-66, 1953. Título original: Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala.

KHAYYAM, O. **Os Rubayat**. Tradução: Alfredo Braga. [S. l.]: eBooksBrasil.org, 2003. Disponível em: <http://www.ebooksbrasil.org/eLibris/rubayat.html>. Acesso em: 10 nov. 2022.

KHAYYAM, O. **Rubaiyat of Omar Khayyam**. Tradução: Edward Fitzgerald. [S. l.]: gutenber.org, 2011. Disponível em: <https://www.gutenberg.org/files/35260/35260-8.txt>. Acesso em: 10 nov. 2022.

MOREY, B. B. O Mundo Islâmico Medieval e os estudos em Ciências e Matemática. *In*: PEREIRA, A. C. C.; MOREY, B. (Org.). **Estudiosos em Ciências e Matemática no Mundo Islâmico Medieval**. Fortaleza: EdUECE, 2021. p. 8-42.

RASHED, R. **The development of Arabic mathematics: between arithmetic and algebra**. Tradução Angela Armstrong. Boston: Springer, 1994.

RASHED, R. **Classical mathematics from al-Khwarizmi to Descartes**. Tradução: Michael H. Shank. London: Routledge, 2015.

ROSENFELD, B. A. Umar al-Khayyām. *In*: SELIN, H. (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008. p. 2175-2177.

SHURIYE, A. O., DAOUD, J. I. Islamic Mathematical Sciences. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, n. 5, vol. 3, p. 51-59, 2011. Disponível em: [http://www.ajbasweb.com/old/ajbas\\_march\\_2011.html](http://www.ajbasweb.com/old/ajbas_march_2011.html). Acesso em: 20 nov. 2022.

SILVA, R. A. da; MOREY, B. B. A álgebra islâmica antes de Omar Khayyam (1048-1131). **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 1/2, p. 79-93, 2021. DOI: <https://doi.org/10.23925/2238-8044.%202021v10i1p79-93> Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/54399/37792>. Acesso em: 24 abr. 2022.

WOEPCKE, F. **L'Algèbre d'Omar Alkhayyami**. Paris: Typographie de Firmin Didot Frères, 1851. Disponível em: [https://play.google.com/books/reader?id=Z\\_jNA9FgqAQC&pg=GBS.PP8](https://play.google.com/books/reader?id=Z_jNA9FgqAQC&pg=GBS.PP8). Acesso em: 10 dez. 2022.



**XV SNHM**  
**Seminário Nacional de História da Matemática**  
**Abril de 2023**  
**Maceió - AL**



YOUSCHKEVITCH, A. P., ROSENFELD, B. A. **Al-Khayyam**. New York: Encyclopedia.com (Oxford University Press; Columbia University Press; Cengage), 2019. Disponível em: <https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/al-khayyam>. Acesso em: 10 nov. 2022.