



CAMINHOS DE INTEGRAÇÃO FÉRTIL NOS ESTUDOS ENTRE PITAGÓRICOS E RAZÃO ÁUREA

Patrick Storch Sório¹

Ligia Arantes Sad²

RESUMO

O presente estudo é parte integrante de uma pesquisa de mestrado em curso, tendo por finalidade abordar discussões envolvendo uma temática que busca compreender o desenvolvimento histórico a respeito da noção de razão áurea. A partir delas, este trabalho tem por objetivo investigar a relação entre os pitagóricos, o pentagrama e significados matemáticos produzidos nas leituras críticas de diversas enunciações, por vezes não tão explícitas ao se referirem aos contextos antigos, nos quais a razão áurea foi trabalhada como número místico e advindo geometricamente de segmentos incomensuráveis. A base teórica considera os princípios da história cultural crítica, e metodologicamente prioriza a análise documental histórica, instigando reflexões que podem contribuir para fomentar investigações, bem como produção de significados e conhecimentos de outros tópicos matemáticos envolvidos, os quais estão, atualmente, no cotidiano das práticas e atividades de ensino e aprendizagem da matemática básica. Parcialmente, são indicadas possibilidades de integrar elementos geométricos e aritméticos em diferentes campos científicos, em especial na matemática, ao investigar e explicitar modos de geração do número irracional denominado de razão áurea.

Palavras-chave: Pentagrama pitagórico, razão áurea, história e educação matemática.

INTRODUÇÃO

A temática aqui tratada faz parte de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento. Selecionamos alguns meandros historiográficos que foram investigados, lidos com significados atuais e reelaborados para compreensões epistemológicas e do caminhar histórico a respeito de um número secular, já tão proeminente na matemática - a razão áurea. Cujas discussões históricas nos levam ao encontro de uma estrela inscrita em um pentágono.

¹ Mestrando - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES).

patrick.storch@hotmail.com

² Docente - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES).

aransadli@gmail.com



No dia a dia ao pedir a uma criança para desenhar uma estrela, é comum verificar que ela desenhou uma estrela em formato de um pentagrama. Por instantes, acreditamos que tal elaboração ocorra por motivos de crença, ou ainda, consequência do que imaginamos para além do planeta Terra ao observar as estrelas no céu. Ademais, é fácil notarmos esse símbolo em nosso cotidiano, seja em um livro, em uma árvore de Natal ou na simples representação de uma estrela cadente.

O presente texto científico busca destacar a realização de um estudo acerca da relação entre os pitagóricos, o pentagrama e a razão áurea, bem como os principais entendimentos acerca desse número. A partir dos vestígios de um início místico na vida dos pitagóricos, aos poucos passou a ser estudado de outros modos. Nos dias atuais, esse número é utilizado em vários campos, tais como: arquitetura, arte, odontologia, dentre outros.

Sob essa atenção com o ensino e aprendizagem, em consonância com Mendes (2015) e outros pesquisadores, enxergamos que compreender o curso da história também ajuda a dar sentido e mostrar a importância de tópicos matemáticos que trabalhamos em sala de aula. Notamos que a matemática é constituída ao longo do tempo, em diversos momentos, para auxiliar nas atividades cotidianas do ser humano em determinado contexto, o que traz um caráter mais humano a essa ciência, contrapondo à uma matemática apresentada aos estudantes apenas de forma instrutiva, sem compromisso com o desenvolvimento epistemológico.

Nas próximas seções estaremos elaborando relacionamentos históricos advindos do período pitagórico e outros que envolvem essa temática, na intenção de trazer à tona reflexões que possam servir para alavancar investigações e produção de significados e conhecimentos de alguns tópicos dentro da nossa prática na educação matemática.

PITÁGORAS DE SAMOS E SUA ESCOLA



Pitágoras de Samos foi personagem extremamente importante no desenvolvimento da matemática e é considerado uma das figuras mais famosas da história da filosofia pré-socrática. Iamblichus (1818) e Édouard Schuré (1986) reafirmam a existência de Pitágoras como resultado de uma relação entre um comerciante chamado Mnesarcus e uma mulher chamada Pithes, que acreditava tê-lo recebido como uma bênção de Deus. Ademais, O'Connor e Robertson (1999) e Silva (2010) defendem que Pitágoras nasceu na ilha de Samos no Mar Egeu e viveu entre 570 e 500 AEC.

Sua aparência física não pode ser descrita e pouco se sabe sobre sua infância. Acredita-se que Pitágoras foi bem educado desde a infância até a adolescência. Os autores Iamblichus (1818), O'Connor e Robertson (1999) e Silva (2010) enfatizam que Pitágoras foi ensinado por Tales de Mileto e Anaximandro de Mileto em sua juventude. Inspirado por Tales, ele viajou para o Egito, pois havia muita sabedoria concentrada ali, principalmente nas mãos dos sacerdotes e de seus ensinamentos. Ao falar de suas viagens. "Algumas histórias nos levam a crer que ele foi para a Índia e para a Inglaterra, mas o mais certo é que ele aprendeu muitos truques matemáticos com os egípcios e babilônios" (SINGH, 2014, p.21).

A influência da cultura egípcia sobre Pitágoras pode ser constatada em seu domínio da escrita simbólica, bem como em muitas das regras rituais por ele exortadas e praticadas, como, por exemplo, a não aceitação de sacrifícios sangrentos, o valor dado ao sigilo e ao silêncio. (SILVA, 2010, p. 16)

Na Babilônia, o autor acima enfatiza que provavelmente ele tenha aprendido noções de astrologia e sofrido influência na idealização da tão famosa Música das Esferas ou Harmonia das Esferas. Após anos de viagem, Iamblichus (1818) narra que Pitágoras decide voltar à Ilha de Samos, mas ao retornar à sua cidade natal ele encontra no poder um tirano chamado Polícrates, com o qual diverge. "Talvez por isso, Pitágoras decide se mudar para a Magna Grécia, se fixando em Crotona, onde conhece Milo, o homem mais rico e mais forte da cidade, campeão várias vezes nos jogos olímpicos da antiguidade." (CASTRO, 2013, p.14)



Em Silva (2010) o autor aponta que tal fato ocorreu por volta de 530 AEC, por volta de seus quarenta anos de idade. Após fixar-se em Crotona e começar a lecionar tudo que aprendeu durante sua viagem, rapidamente disseminou sua fama pela Grécia, até que fundou sua escola em Crotona na Magna Grécia.

Na cidade de Crotona, a escola filosófica e religiosa sob supervisão de Pitágoras teve muitos seguidores, o que fez dele líder de um círculo interno da sociedade.

A escola pitagórica não era apenas uma sucessão de mestres e alunos, como se verifica na tradição jônica, mas uma irmandade à qual se era admitido por mérito e não pelo pertencimento a certa família ou clã. Havia, para tanto, um rígido critério de admissão: após cuidadoso exame para verificar as relações, condutas e caráter do pretendente – onde se utilizavam, inclusive, técnicas fisiognômicas para desvelar o pendor da alma do ingressante –, sucedia-se um período probatório, *dokimasía*, aparentemente um grau externo. (CASORETTI, 2014, p. 71)

A escola pitagórica atraía dois tipos de seguidores: os acusmáticos, que seriam aqueles que eram ouvintes, mas seguidores fiéis da sua filosofia, e os matemáticos que além das doutrinas filosóficas tinham acesso aos saberes e doutrinas pitagóricas. Mas, de acordo com o matemático Russell (2001),

A escola pitagórica deu origem a uma tradição científica e mais especialmente matemática. Os matemáticos são os verdadeiros herdeiros do pitagorismo. Apesar do elemento místico que surge do renascimento órfico, este aspecto científico da escola não é de fato distorcido por ideais religiosos. A ciência em si não se torna religiosa, ainda que a busca por um modo de viver científico esteja impregnada de um significado religioso. (RUSSELL, 2001, p. 26).

O pitagorismo era associado a especulações que atualmente diríamos serem matemáticas, astronômicas, harmônicas e físicas. Silva (2010) salienta que a escola pitagórica defendia um mundo no qual era possível harmonizar elementos distintos e até opostos por meio de números, sendo esse grupo formado por pessoas que possuíam bastante conhecimento.

O pitagorismo perdurou por cerca de sete séculos, indo de VI AEC até III EC. Foi uma sociedade mística, racional, científica e religiosa da época,

conforme pondera Roque (2012) sobre a tradição educacional dos neopitagóricos e neoplatônicos da Antiguidade.

O pitagorismo tardio foi desenvolvido após a diáspora da escola de Crotona, em cidades como Fliunte e Tebas, além do Metaponto, também houve significativa presença dos pitagóricos em Atenas, inclusive na Academia de Platão. (PEREIRA, 2010, p. 59)

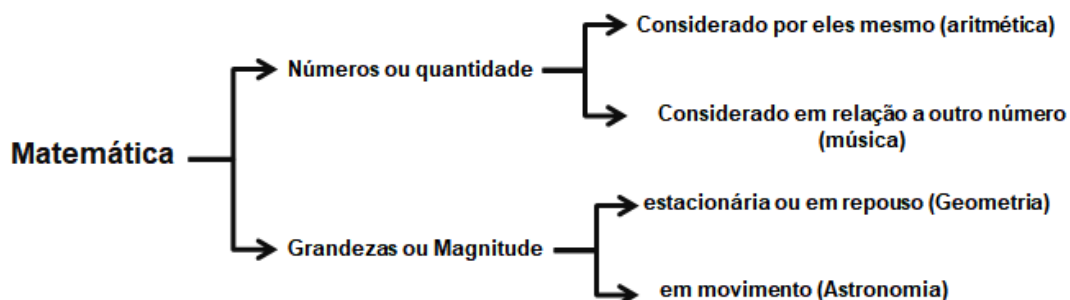
Os seguidores do movimento pitagórico criaram sedes para que essa sociedade conseguisse o máximo de expansão possível para tal foram criados novos centros em Tarento, Metaponto, Síbaris, Régio e Siracusa.

Os responsáveis por essa expansão foram Hipaso de Metaponto, Filolau, Arquitas, Lísis, Eurito, que devem ter aderido à religiosidade e ao modo de vida do movimento, mas também se distinguindo por suas preocupações mais racionais, especialmente o interesse pelas matemáticas (SILVA, 2010, p. 20).

A escola pitagórica tinha predominância no estudo que incluía a geração do universo. Há de se compreender que a escola pitagórica concentrou seus estudos na aritmética, geometria, música e astronomia, que mais tarde viriam a se constituir no *quadrivium*. Uma espécie de modelo de currículo naquela época, pois “no *quadrivium*, a geometria consiste nos Elementos de Euclides, a aritmética na *Institutio arithmetica*, de Boécio, a astronomia no *Almagesto* de Ptolomeu, e a música no Instituto música, também de Boécio”. (MARCONDES, 2004, p. 320).

É possível esquematizar o *quadrivium*, segundo os pitagóricos (figura 1).

Figura 1 – *Quadrivium* segundo os pitagóricos



Fonte: Elaboração do autor (2022)

Na idade média o *quadrivium* tornou-se parte fundamental de orientação para estruturação do ensino, como apontam Struik(1982), Marcondes (2004), Silva (2010) e Roque (2012). Além disso, esse grupo de matérias acrescido do *trivium* composto de gramática, lógica e retórica, juntos conhecidos por as sete artes liberais, e vieram a ser consideradas como a bagagem cultural necessária de uma pessoa educada, como aponta Roque (2012).

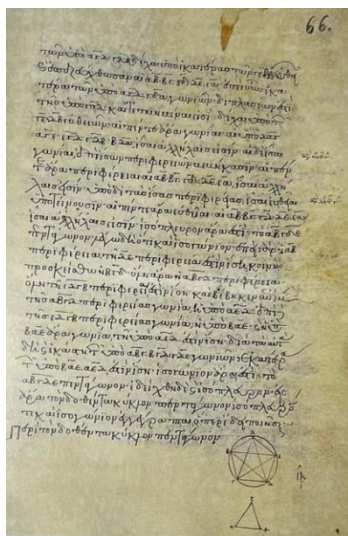
A seguir como segundo tópico histórico, estaremos abordando sobre uma figura geométrica que possivelmente serviu como inspiração para os estudos da razão áurea, nosso objeto de estudo no presente artigo e nas investigações em curso.

O PENTAGRAMA

O pentagrama é uma estrela formada por cinco segmentos de retas e possuindo cinco pontas, sendo formadas em um pentágono (Figura 2). Essa figura era constantemente utilizada nas comunicações entre os pitagóricos. Conforme apresenta Heartz-Fischler (1987), o “pentagrama” como símbolo secretamente chamado a *pentalfa* era uma espécie de reconhecimento entre os pitagóricos, e eles o usavam em suas cartas.

O pentagrama possui diversas representações e significados, fazendo-se presente na mitologia, magia, matemática, religião e música, bem como em reproduções posteriores de *Os Elementos* de Euclides (GUARDEÑO, 2000). “O pentágono e o pentagrama estão associados à crença de certos povos antigos, principalmente os egípcios, que acreditavam que o rei, após a morte, tornava-se uma estrela” (MIGUEL, 1993, p. 267).

Figura 2 - O pentagrama no Manuscrito grego, “sec”. XI - *Os Elementos*.



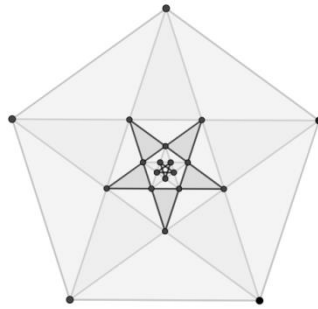
Fonte: Guardelino (2000)

De acordo com Lívio (2007) e Contador (2013) há indícios que o pentagrama foi encontrado em uma tabuleta de argila que data aproximadamente, de 3200 AEC e que em escavações atuais foram encontradas peças como cerâmicas e moedas o símbolo do pentagrama oriundas do período de Urik IV na Babilônia. Ainda segundo Lívio (2007), outras regiões do antigo Oriente Médio também produziram pentagramas.

No entanto, a principal questão que tentamos clarear durante este texto não é se o pentagrama ou pentágono tinham algum significado simbólico ou místico para essas civilizações antigas, em especial pitagórica, mas se essas civilizações também estavam cientes das propriedades geométricas e métricas das proporções dessas formas, especialmente, a razão áurea. Uma vez que, em determinadas figuras geométricas, como no pentagrama, as propriedades geométricas se relacionam às aritméticas em apoio à elaboração do pensar matemático mais integrado. Nesse sentido, podemos aliar alguns elementos históricos à prática pedagógica dos dias de hoje, levando os estudantes a refletir e investigar a constituição de certos números irracionais a partir de relações em figuras geométricas, por exemplo, à denominada razão áurea.

Autores como Sad (1998), Fossa (2007), Lívio (2007), Katz (2009), Silva (2010) e Roque (2012), com base em registros históricos, convergem ao afirmarem que os Pitagóricos tinham como símbolo de sua representatividade e aliança o pentágono estrelado (Figura 03).

Figura 03 – Pentágono Estrelado



Fonte: Elaboração do autor (2022)

Segundo Fritz (1970) admite-se que o pentagrama seja o emblema simbólico do reconhecimento pitagórico e defende que foi por meio dele que o grego Hipasus de Metaponto tentou demonstrar, usando as medidas dos lados, a existência de segmentos não comparáveis mutuamente (incomensuráveis)³.

Silva (2010) comenta que Hipasus de Metaponto, assim como Pitágoras, é uma figura lendária e enigmática, da qual não sabemos praticamente nada. Embora, ele seja listado também na obra de Iamblichus (1818) junto aos sibaritas. Conforme enunciado anteriormente, sabemos que essa forma (Figura 3) carrega várias relações com a matemática, sendo possível visualizar infinitos pentagramas, triângulos, em diversas proporções. Assim, ao observar esse objeto em estudo, historicamente vimos que houve destaque dele como alicerce para várias formas geométricas planas e, talvez por esse motivo, o pentagrama tenha chamado atenção na escola pitagórica.

³ Dois segmentos não são medíveis mutuamente, incomensuráveis (hoje, irracionais), quando o comprimento de cada um deles não é múltiplo inteiro de um terceiro segmento qualquer tomado como unidade de medida. Ou seja, por menor que seja a unidade de medida, os números naturais e razões de naturais não dão conta da comparação entre os dois segmentos.



Outro ponto relevante e relacionado à razão áurea é o tratamento a respeito dos incomensuráveis. No início dos estudos voltados às noções numéricas os pitagóricos consideravam que os números eram expressos comumente como números naturais, pois os números eram como a base do universo, tudo podia ser contado, inclusive o comprimento. Kline (1972) afirma que para os pitagóricos uma proporção de dois números não era outro tipo de número ou uma fração como são nos tempos atuais, apenas uma comparação, uma razão representando parte.

Isso pode ser visto a partir do diagrama separado da estrela-pentágono que realmente mostra os lados iguais dos cinco triângulos isósceles do tipo referido e também os pontos em que eles são divididos em razão extrema e média. (HEATH 1921, p.161-162)

No entanto, ocorreram mudanças entre os pitagóricos quando começaram a estudar mais algumas razões, como a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles, a da diagonal de um quadrado ou da diagonal do pentágono. Kline (1972), Struik (1982), Katz (2008) e Roque (2012) apontam que os pitagóricos podiam se sentir incomodados, uma vez que, essa descoberta atrapalhou a harmonia que existia entre a aritmética, com base nos números naturais, e a geometria.

Assim, ao se depararem com o valor encontrado, essa medida da diagonal de um quadrado em relação ao seu lado, recebeu o nome de incomensurável. Tais medidas de comprimento vieram, posteriormente, a receber o nome de irracionais pelos gregos, conforme consta em *Os Elementos*, Livro X (EUCLIDES, 2009).

Segundo Contador (2013) “o pentagrama” é a figura no qual podemos encontrar a maior quantidade de razões áureas (um número irracional) nas suas medidas. Por sua vez, Lívio (2007) observa que cada um dos cinco triângulos isósceles que formam as pontas do pentagrama, conforme apresentamos com mais detalhes na seção seguinte, têm a propriedade de que a razão entre o comprimento de seu lado mais o comprimento do lado mais curto (a base) é igual à razão áurea.

O VALOR NUMÉRICO CONSTANTE NA RAZÃO ÁUREA

Nessa seção temos por objetivo mostrar diretamente esse valor numérico e incomensurável presente no pentagrama, o qual estamos chamando de razão áurea. Tal número não é resultado de uma medida inteira obtida por um número inteiro de unidades e nem por meio da razão entre dois números naturais, o que o torna um número irracional, talvez tão antigo ou mais que o π (pi).

Para iniciar o estudo do valor numérico da razão áurea, iremos desenvolver o valor numérico algebricamente. A razão áurea recebeu como símbolo a letra grega “ φ ”, (phi) cuja atribuição foi realizada na análise das intersecções das curvas na cabeça de um girassol:

[...] porque tem um som familiar para aqueles que lutam constantemente com pi (a razão entre a circunferência de um círculo e seu diâmetro), e em parte porque é a primeira letra do nome de Fídias, em cuja escultura se vê prevalecer esta proporção quando as distâncias entre pontos salientes são medidas. Tanto é assim que a proporção φ pode ser apropriadamente chamada de "Relação de Fídias" [...]. (COOK, 1914. p. 420).

Neste momento utilizaremos o resultado proposto por Euclides (2009, p. 263), no Livro VI. Proposição 30, ficando mais conhecido como “extrema e média razão”, vindo posteriormente a ser denominada como razão áurea, (Figura 04).

Figura 04 – média e extrema razão



Fonte: Elaboração do autor (2022)

Tome a figura 04 como a linha reta proposta em Euclides (2009). Teremos que se a razão do segmento AC para o comprimento do segmento CB for igual à razão de \overline{AB} para \overline{AC} , a linha foi cortada em extrema e média razão. Será obtida a seguinte relação (em notação atual):

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC} \quad (I)$$

A fim de chegar ao valor numérico da razão áurea, em notação algébrica moderna tomaremos a seguinte formulação:

$$AC = x$$

$$CB = t$$

$$AB = x + t$$

Substituindo em (I), temos que:

$$\frac{x}{t} = \frac{x+t}{x} \quad (\text{II})$$

No segundo membro, ao separar a fração obtemos:

$$\frac{x}{t} = \frac{x}{x} + \frac{t}{x}$$

Note que $\frac{x}{x} = 1$, daí obtemos a seguinte relação:

$$\frac{x}{t} = 1 + \frac{t}{x}$$

Como,

$$\varphi = \frac{x}{t} \quad (\text{III}) \quad \text{e} \quad \frac{1}{\varphi} = \frac{t}{x},$$

Então

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} \quad (\text{IV})$$

Multiplicando a equação IV por φ :

$$\begin{aligned} \varphi^2 &= \varphi + 1 \\ \varphi^2 - \varphi - 1 &= 0 \end{aligned}$$

E resolvendo a equação de segundo grau obtida

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} \\ \Rightarrow \varphi &= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Como,

$$\sqrt{5} > 1 \Rightarrow 1 - \sqrt{5} < 0$$

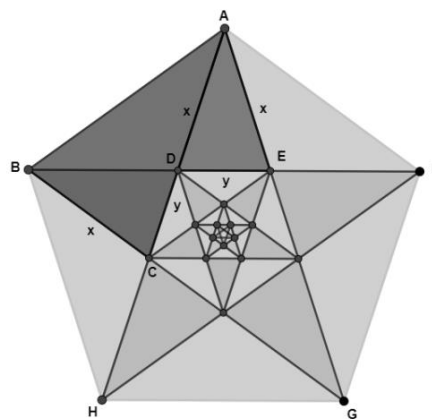
Como é uma razão entre números positivos, já que são comprimentos de segmentos de reta, concluímos que

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Agora que conhecemos o valor numérico da razão áurea será que é possível encontrar essa relação no pentagrama, símbolo que era adorado pelos pitagóricos?

Para tal, considerando o pentágono (Figura 4), podemos analisar os triângulos isósceles **ACB** e **AED** que são semelhantes já que cada ângulo interno do pentágono regular mede 108° e o triângulo isósceles **AFG** com vértice em F tem os outros dois ângulos iguais a 36° . É fácil ver que também têm 36° os ângulos **BÂC** e **DÂE**. Assim, obtemos a seguinte relação.

Figura 5 – Pentagrama



Fonte: Elaboração do autor (2022)

$$\frac{x}{x+y} = \frac{y}{x} \text{ (considerando } y \text{ e } x \text{ diferente de zero)}$$

Fazendo meios pelos extremos na equação acima, encontramos:

$$x^2 = x \cdot y + y^2$$

Aplicando a divisão por y^2 , temos: $\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \left(\frac{x}{y}\right) - 1 = 0$



Tomemos $\left(\frac{x}{y}\right) = k$. Obtemos $k^2 - k - 1 = 0$, e desenvolvendo encontramos o seguinte valor numérico para $k = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, que é denominado de razão áurea.

Contador (2013) comenta que certamente os pitagóricos ficaram maravilhados ao perceberem que dentro do pentágono este número estava presente. Repetidamente, foi possível visualizar que os vértices do pentágono menor dividem as diagonais do pentágono maior numa razão notável, chamada posteriormente de razão áurea. Assim, o pentagrama foi uma verdadeira e enigmática forma geométrica na matemática, um símbolo sagrado que mostra a harmonia entre o corpo e a alma. Eles dotaram o pentagrama de virtudes especiais, pois é uma figura que pode ser formada a partir de uma única linha, uma linha entrelaçada fechada e, portanto, símbolo de perfeição.

Para além das investigações históricas e epistemológicas que podemos abrir em torno dos elementos matemáticos, geométricos, numéricos e algébricos, na produção de conhecimentos e significados por estudantes da educação básica, existem variadas conexões que extrapolam a matemática, como em artes, biologia, estruturas universais e diversas outras.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho encontra-se em desenvolvimento, porém após realizarmos os estudos aqui mencionados, as investigações e análise inicial dos documentos históricos relativos à geração e desenvolvimento do número irracional denominado de razão áurea, nos levou a alcançar o objetivo de mostrar um alcance potencial para integrar elementos geométricos e aritméticos em diferentes campos científicos, dentro e fora da matemática. O que, a princípio, não está explícito nas referências historiográficas.

Assim, é possível notar que esse trabalho tem relevância para matemática bem



como o ensino da matemática em sala de aula, uma vez que, esse objeto de estudo abre possibilidade de aplicação em vários campos. Em continuidade à temática aqui abordada, a intenção é envolver profissionais comprometidos com a escola básica e que possam colaborar na produção de significados e conhecimentos de alguns tópicos matemáticos na prática em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- CASORETTI, A. M. **O surgimento da ascética da alma na antiguidade grega: orfismo e pitagorismo**. 2014. 123 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.
- CASTRO, W. **Sobre o teorema de Pitágoras**. Mestrado Profissional Em Matemática – PROFMAT. Universidade Federal Fluminense, 2013.
- COOK, T. A. **The curves of life: an account of spiral formations and their application to growth in nature, to science and to art**. 1914. ed. Londres: Constable and Company Ltd, 1914. 479 p.
- CONTADOR, P. R. M. **A matemática na arte e na vida**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.
- Euclides. Os **elementos/Euclides; tradução** e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009. 600p.: il. **Tradução** de Irineu Bicudo.
- FOSSA, J. A. **Cabelos negros, olhos azuis e outras feições das matemáticas puras e aplicadas**. Natal: EDUFRN, 2007.
- Heath, T. “**A history of Greek mathematics – Volume I: From Thales to Euclid**”, Oxford at the Calendon Press, 1921.
- HERZ-FISCHLER, Roger. **A mathematical history of the golden number**. Waterloo: Wilfrid Laurier University Press, 1987.
- FRITZ, Kurt von. The discovery of incommensurability by Hipaso de Metaponto of Metapontum. In FURLEY, David J. e ALLEN, R. E. **Studies in Presocratic Philosophy: the beginnings of philosophy**. New York: Humanities Press, 1970, p. 383-412.
- GUARDENO, A.J. D. _ El legado de las matemáticas de Euclides a Newton: los genios a través de sus libros”. Sevilla: Universidad de Sevilla, 2000.
- IAMBlichus, **Life of Pythagoras or Pythagoric Life**. Tradução: TAYLOR, Thomas. Lon-don: A. J. Valpy, 1818. (*Collection of Pythagoric Sentences*).



KATZ, V. J. **A history of mathematics: an introduction**, New York: Harper Collins, 2008.

KLINE, M. **Mathematical thought from ancient to modern times**. Oxford: Oxford University Press, 1972. v. 1.

LIVIO, M. **Razão Áurea: a história de Φ , um número surpreendente**, 6 ed. Rio de Janeiro: Record, 2011, p. 13.

MARCONDES, D. **Iniciação à história da filosofia**. Dos pré-socráticos a Wittgenstein. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2004. 298 p.

MIGUEL, A. Números Irracionais. Campinas: Delta Xis, 1993. (Coleção Tópicos de Ensino de Matemática, 15).

MENDES, I. A. **História da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015 (Coleção História da Matemática para professores).

O'CONNOR, JJ; ROBERTSON, EF. **Biografias de matemáticos na internet**: Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pythagoras/> Acesso em: 28 nov. 2022.

PEREIRA, A. B. S. A teoria da metempsicose pitagórica. 2010. 120 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. 4ª reimpressão. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

RUSSELL, B. **História do pensamento ocidental: a aventura das idéias dos pré-socráticos a Wittgenstein**. 2. ed. Trad. Laura Alves e Aurélio Rebello. Rio de Janeiro: Ediouro, 2001.

SAD, L. A. Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. Tese de Doutorado (em Educação Matemática) apresentada na Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 1998.

SCHURÉ, Édouard. **Os grandes iniciados : Pitágoras**. São Paulo : Martin Claret Ed., 1996.

SILVA, J. J. B da. **Eram realmente pitagórico(a)s os homens e mulheres catalogado(a)s por Iamblichus em sua obra Vida de Pitágoras?**. 2010. 185 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

SINGH, S. **O último Teorema de Fermat**. 1. ed. BestBolso: Rio de Janeiro, 2014. STRATHERN, P. Pitágoras e seu teorema em 90 minutos. Zahar: Rio de Janeiro, 1998.



XV SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
Abril de 2023
Maceió - AL



STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1982.