



O QUE RESTA DA GEOMETRIA PRESENTE NOS ELEMENTOS DE EUCLIDES NA BNCC

Severino Barros de Melo¹
Luene Paz da Silva²

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo socializar um estudo iniciado na disciplina obrigatória Metodologia Científica em Matemática, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, sendo atualmente objeto de trabalho de conclusão de curso (TCC). Tal pesquisa tem por objetivo identificar o que resta da geometria abordada nos Elementos de Euclides na atual Base Nacional comum curricular (BNCC). Do ponto de vista metodológico trata-se de uma pesquisa bibliográfica e documental, tendo como referência, além do supracitado documento, Bicudo (2009), Cajori (2007), Eves (1997), Struik (1992) e Boyer (1978). Como resultados parciais, identificamos uma redução significativa dos conteúdos geométricos presente nos Elementos de Euclides em relação à BNCC. Ademais, a ênfase dada pelo trabalho de Euclides aos aspectos gráficos para a compreensão da geometria, o coloca em sintonia com algumas das habilidades almejadas pela BNCC.

Palavras-chave: Os Elementos. Euclides. BNCC.

1.INTRODUÇÃO

O presente trabalho refere-se a um estudo comparativo entre os conteúdos de Geometria presentes nos Elementos de Euclides e os conteúdos que atualmente fazem parte de um dos mais recentes documentos oficiais da educação brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Do ponto de vista metodológico, trata-se de uma pesquisa bibliográfica e documental, tendo por base o material produzido por Bicudo (2009), Cajori (2007), Boyer (1978), Eves (1997) e Struik (1992). Além disso, também foi estudado o documento oficial mais recente da educação brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para análise de conteúdo e comparação com Os Elementos de Euclides.

¹ Departamento de Educação - UFRPE. sbmelo55@gmail.com

² Licencianda em Matemática - UFRPE. contato.luenepaz@gmail.com



Esse estudo emergiu a partir de reflexões acerca da pesquisa em história na educação matemática bem como da leitura de documentos oficiais da educação brasileira, na disciplina obrigatória Metodologia Científica em Matemática. Atualmente é objeto de trabalho de conclusão de curso (TCC), no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

A pergunta norteadora do presente estudo foi: O que restou da Geometria abordada nos Elementos de Euclides na atual Base Nacional Comum Curricular (BNCC)?

Sabendo que Os Elementos de Euclides influenciou o ensino da Geometria nos diversos níveis de escolaridade, dos primeiros séculos depois de Cristo até a atualidade, nasceu o questionamento acerca que ainda resta dessas definições, axiomas, postulados e teoremas na BNCC.

2. EUCLIDES: UM ACENO BIOGRÁFICO

Segundo Bicudo (2009), a reconstrução histórica em Matemática é semelhante ao trabalho do legista, que a partir de pequenas evidências, tenta reconstituir o verdadeiro rosto do morto, que não mais se mostra na polida superfície dos espelhos (p. 33). Assim, cada historiador da Matemática enfrenta um grande desafio, utilizando as poucas informações disponíveis para reconstruir o conhecimento matemático de épocas passadas. A metáfora apresentada por Bicudo se aplica ao caso de Euclides.

Euclides de Alexandria foi um dos matemáticos mais influentes e mais conhecido de todos os tempos, mas, paradoxalmente, pouco se sabe sobre a cidade que nasceu, sua vida e sua personalidade. Um dado consensual acerca de sua vida é que viveu no século III a. C. Eves considera que:

É desapontador, mas muito pouco se sabe sobre a vida e a personalidade de Euclides, salvo que foi ele, segundo parece, o criador da famosa e duradoura escola de matemática de Alexandria da qual, sem dúvida, foi professor. Desconhecem-se também a data e o local de seu nascimento, mas é provável que



sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas. (EVES, 1997, p.167)

Presume-se que Euclides era vinculado à escola platônica e que a construção dos poliedros regulares, citados no livro XI dos Elementos, também chamados figuras platônicas, é motivada pela relação deste com tal escola. Boyer sublinha este ponto de vista, além de destacar a paixão de Euclides pela Geometria:

Da natureza de seu trabalho pode-se presumir que tivesse estudado com discípulos de Platão, se não na própria Academia. Lendas associadas com Euclides o pintam como um bondoso velho. A estória contada acima em relação a Alexandre, o Grande, que desejava uma introdução fácil à geometria é repetida no caso de Ptolomeu, a quem se diz que Euclides garantiu que "não há uma estrada real para a geometria". Evidentemente Euclides não dava ênfase aos aspectos práticos do assunto, pois há uma estória contada sobre ele que diz que quando um estudante perguntou para que servia o estudo de geometria, Euclides disse a seu escravo que desse três moedas ao estudante, "pois ele precisa ter lucro com o que aprende" (BOYER, 1978, p.78).

Euclides foi reconhecido ao longo dos séculos por sua obra mais famosa, Os Elementos. Outros matemáticos gregos também escreveram livros intitulados Elementos, mas não sobreviveram ao tempo. No livro de Euclides é possível ver os trabalhos dos seus antecessores na melhor versão e demonstrações bem pensadas. Por isso o sucesso de sua obra. Cajori considera que:

A fama de Euclides apoia-se inteiramente no seu livro de geometria Elementos. Este livro é muito superior aos textos de mesmo título escritos por Hipócrates, Leon e Teodio, tanto que estes trabalhos logo pereceram sob a força do tempo. Os gregos deram a Euclides o título especial de "o autor dos Elementos". É um fato extraordinário que, na história da geometria, só os Elementos de Euclides, escrito há mais de dois mil anos, seja considerado por alguns como a melhor introdução às ciências matemáticas. (CAJORI, 2007,p.62)

Vale destacar que a produção euclidiana não se restringiu aos Elementos. Além da Geometria, escreveu sobre Óptica, astronomia, música, mecânica e secções cônicas. Boyer faz menção a este fato ao afirmar:



Euclides e *Os elementos* são frequentemente considerados sinônimos: na realidade o homem escreveu cerca de uma dúzia de tratados, cobrindo tópicos variados, desde Óptica, astronomia, música e mecânica até um livro sobre secções cônicas. Com exceção de *A esfera* de Autólico, os livros de Euclides que sobreviveram são os mais antigos tratados gregos existentes; no entanto, do que Euclides escreveu mais da metade se perdeu, inclusive algumas das obras mais importantes, como o tratado sobre cônicas. Euclides considerava Aristeu, um geômetra contemporâneo, merecedor de grande crédito por ter escrito um tratado mais antigo sobre *Lugares sólidos* (o nome grego para secções cônicas, oriundo provavelmente da definição estereométrica das curvas na obra de Menaecmus). (BOYER, 1978, p.74)

Quando Ptolomeu I assumiu o controle de Alexandria, ele se propôs a investir numa escola ou instituto, que ficara conhecido como Museu. Não houve instituição que o superasse naquele tempo. Para essa escola/instituto Ptolomeu I chamou os maiores sábios da época para serem professores e Euclides era um deles.

3. OS ELEMENTOS

Os Elementos de Euclides sistematizam uma etapa totalmente nova da Matemática: a era axiomática. De fato, anteriormente, na matemática egípcia e mesopotâmica temos um rol de fórmulas prontas sem nenhuma justificativa quanto à obtenção dos resultados. Na obra de Euclides temos um sistema ordenado de Geometria plana, em que pelo princípio da dedução lógica, era permitido deduzir uma afirmação a partir de outra.

Não tem como se falar de história da matemática e história da educação matemática sem se referir aos Elementos. É uma obra que é base para o que se entende hoje por Geometria e contém muito do que consideramos atualmente matemática elementar. Ela tem impacto não só na alfabetização matemática, mas na formação de matemáticos e na criação de novas áreas da Matemática.

Tão grande foi a impressão causada pelo aspecto formal dos Elementos de Euclides nas gerações seguintes que a obra se



tornou um paradigma de demonstração matemática rigorosa. A despeito de um considerável abandono nos séculos XVII e XVIII, o método postulacional inspirado em Euclides penetrou quase todos os campos da matemática a ponto de alguns matemáticos defenderem a tese de que não só o raciocínio matemático é postulacional mas que também, no sentido inverso, raciocínio postulacional é raciocínio matemático. Uma consequência relativamente moderna foi a criação de um campo de estudos chamado axiomática, dedicado ao exame das propriedades gerais dos conjuntos de postulados e do raciocínio postulacional. (EVES, 1997, p.179)

Os Elementos é uma obra com a seguinte estrutura: são 13 livros abordando geometria plana, geometria espacial, aritmética (teoria dos números) e álgebra (no sentido geométrico), contemplando de certo modo toda a Matemática Elementar.

Os chamados livros não têm relação com o que entendemos hoje como tal; são como capítulos para nós.

Os livros são divididos da seguinte maneira: A Geometria Plana elementar está presente nos livros de I a VI. No total são encontradas 66 definições, 5 postulados, 9 noções comuns, 172 proposições).

A Teoria dos números está presente nos livros VII a IX. No total são encontradas 23 definições e 102 proposições).

Os Incomensuráveis estão presentes no Livro X. No total são encontradas 4 definições e 115 proposições).

A Geometria espacial está presente nos livros XI a XIII. São encontradas 28 definições e 75 proposições.

Diante dessa obra, vem o questionamento acerca da motivação de Euclides ao escrevê-la. Struik faz a seguinte conjectura:

Podemos assumir com alguma certeza que ele pretendia reunir num texto três grandes descobertas do seu passado recente: a teoria das proporções de Eudoxo, a teoria dos irracionais de Teeteto e a teoria dos cinco sólidos regulares, que ocupava um lugar importante na cosmologia de Platão. Estas três descobertas eram, todas elas, tipicamente realizações gregas. (STRUIK, 1992, p.91).



Considerando a afirmação acima, podemos dizer que o objetivo de Euclides foi alcançado. De fato, o impacto desse trabalho foi tal que desde sua primeira impressão em 1482, o número de edições só teria sido superado pela *Bíblia*.

4. CONSIDERAÇÕES ACERCA DA BNCC

A BNCC é um documento que atualmente normatiza, os componentes curriculares, as habilidades e competências essenciais que obrigatoriamente devem ser apresentados e desenvolvidos pelos alunos da educação básica no Brasil. Baseada na igualdade, diversidade e equidade, a BNCC propõe uma formação norteada por princípios que, teoricamente, garantam a concepção de uma sociedade mais democrática, humanizada e plena quanto ao exercício da cidadania. Sua elaboração passou por diversas etapas, sendo concluída em 2018. Do ponto de vista do ensino de Matemática o documento propõe os seguintes conteúdos:

Cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, probabilidade e estatística) correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. (BNCC, 2022, p.268)

O foco no nosso estudo é identificar como na BNCC são organizados os conteúdos de Geometria a serem trabalhados nos anos finais do ensino fundamental e quais destes conteúdos foram herdados dos Elementos de Euclides. A BNCC propõe:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino



Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica. As atividades envolvendo a ideia de coordenadas, já iniciadas no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, podem ser ampliadas para o contexto das representações no plano cartesiano, como a representação de sistemas de equações do 1º grau, articulando, para isso, conhecimentos decorrentes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica. (BNCC, 2022, p.272)

4.1 Conteúdos de geometria propostos pela BNCC nos anos finais do ensino fundamental.

A Geometria é uma das áreas da Matemática que tem grande importância na formação escolar, já que está presente em diversas situações do cotidiano e pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades como a visualização espacial, a resolução de problemas e a argumentação, dentre outras. No contexto da BNCC, os conteúdos de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental são muito importantes para a formação dos estudantes, pois permitem que eles desenvolvam competências e habilidades que serão importantes para sua vida.

Nos quadros abaixo serão apresentados os conteúdos de Geometria na BNCC nos anos finais do Ensino Fundamental, bem como quais desses conteúdos estão presentes nos Elementos de Euclides.

Quadro 1: Conteúdo do 6º ano na BNCC x Elementos.

A geometria no 6º ano		
Conteúdo presente na BNCC	Presente nos Elementos	Ausente nos Elementos

Plano Cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.		X
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	X	
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	X	
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.		X
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	X	

Fonte: o autor (2022).

Quadro 2: Conteúdo do 7º ano na BNCC x Elementos.

A geometria no 7º ano		
Conteúdo presente na BNCC	Presente nos Elementos	Ausente nos Elementos
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e a origem.		x
Simetrias de translação, rotação e reflexão.		x
A circunferência como lugar geométrico.	X	
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal.	X	
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	X	
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.	X	

Fonte: o autor (2022).

Quadro 3: Conteúdo do 8º ano na BNCC x Elementos.

A geometria no 8º ano		
Conteúdo presente na BNCC	Presente nos Elementos	Ausente nos Elementos
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.	X	



Construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.	X	
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.	X	
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.		X

Fonte: o autor (2022).

Quadro 4: Conteúdo do 9º ano na BNCC x Elementos

A geometria no 9º ano		
Conteúdo presente na BNCC	Presente nos Elementos	Ausente nos Elementos
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal.	X	
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.	X	
Semelhança de triângulos.	X	
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.	X	
Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	X	
Polígonos regulares.	X	
Distância entre pontos no plano cartesiano.		X
Vistas ortogonais de figuras espaciais.		X

Fonte: o autor (2022).

Embora haja uma conexão histórica e conceitual entre os elementos de Euclides e os conteúdos de Geometria na BNCC, esta propõe um conjunto mais amplo e atualizado de habilidades e competências para a Geometria, que inclui a compreensão de diferentes abordagens e concepções, como a Geometria fractal e a Geometria não euclidiana, além das aplicações da Geometria em diferentes áreas do conhecimento.



Por outro lado, Os elementos de Euclides são um conjunto de proposições matemáticas desenvolvidas na Grécia, por volta do século III a. C, que estabelecem as bases para a Geometria hoje chamada de euclidiana, que é a Geometria clássica ensinada nas escolas até hoje. Entretanto, a variedade de abordagens presentes na BNCC são consequências do desenvolvimento da Geometria tendo como campo fértil a geometria euclidiana.

CONCLUSÃO

Pela análise dos conteúdos apresentados nos quadros acima, constatamos que, em que pese a importância dos Elementos para a História da Matemática, somente 69% dos assuntos estão presentes na BNCC. Nossa análise levou em conta apenas a listagem dos “assuntos”; entretanto como desdobramento, a pesquisa será direcionada a avaliar, por exemplo, de que modo os temas comuns aos Elementos e a BNCC são abordados. Identificamos nos Elementos cerca de 172 proposições sobre geometria plana elementar e 75 proposições sobre geometria espacial. Será necessário inclusive verificar se o que foi excluído na BNCC tem relevância na atualidade.

Diante desse estudo, percebemos que atualmente, no contexto do ensino de Geometria no Brasil, tendo por base as indicações do recente documento oficial, mais de trinta por cento do conteúdo dos Elementos foi deixado de lado.

Constatamos que o conteúdo remanescente na BNCC é oriundo fundamentalmente dos livros I, I, III, IV e V. Tais livros contém definições de ponto, reta, semirreta, ângulo, triângulos, quadriláteros, círculos, paralelogramos e suas propriedades, sendo portanto, considerado pela BNCC, a base para organização curricular dos conteúdos de geometria na área de Matemática.

Com o avanço da tecnologia, algumas proposições para construção, redução, ampliação, inscrição e circunscrição dessas figuras foram substituídas pelo uso de softwares; mas para usar software é necessário desenvolver habilidades de reconhecer, nomear e comparar polígonos, tanto em suas



representações no plano como em poliedros, calcular ângulos, entender o que é reta, semirreta e demais definições.

Portanto, apesar do decorrer dos milênios a obra de Euclides ainda permanece em parte nos componentes curriculares do ensino básico, revelando assim que a passagem de uma Geometria prática para uma perspectiva axiomático-dedutiva representou um salto de qualidade em relação à produção Matemática no mundo ocidental.

REFERÊNCIAS

BICUDO, I. Os Elementos - Euclides. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 2001

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, 2022

CAJORI, Florian. Uma história da matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas (SP): Editora da Unicamp, 1997.

STRUIK, Dirk J. História Concisa das Matemáticas. Lisboa: Gradiva, 1992