



TEORIA BRITÂNICA DOS INVARIANTES: os protagonistas e os autores secundários

Magno Luiz Ferreira¹

Leandro Silva Dias²

Daniel Felipe Neves Martins³

RESUMO

A profissão de matemático, no sentido de uma pessoa que ganha a vida com a pesquisa na área, não tinha espaço na Inglaterra da primeira metade do século XIX. Um dos motivos para a mudança deste cenário, foi o advento da Teoria dos Invariantes que se revelou uma ponte entre as práticas britânicas e do continente europeu. Este trabalho tem o objetivo de apresentar um grupo de matemáticos que contribuiu para o desenvolvimento da agenda dos invariantes, iniciada por Cayley na década de 1840, e surgiu nas páginas dos *Jornais de Cambridge* em suas três versões: *Cambridge Mathematical Journal* (CMJ); *Cambridge and Dublin Mathematical Journal* (CDMJ); e *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* (QJPAM). Olhar para estes periódicos se justifica pelo fato de terem sido os primeiros jornais especializados em matemática no Reino Unido. A historiografia tradicional aponta os nomes de George Boole (1815 – 1864), Arthur Cayley (1821 – 1895) e James Joseph Sylvester (1814 – 1897) como personagens responsáveis pelo desenvolvimento da Teoria dos Invariantes. Entretanto, este não são os únicos nomes britânicos na história da Teoria. É importante apresentar os autores que colaboraram com práticas e reflexões nos jornais especializados entre 1837 e 1865. Este período marca o surgimento do CMJ e a fundação da London Mathematical Society (LMS), primeira sociedade de matemáticos na Inglaterra. Como forma de identificar este grupo, utilizamos os conceitos de rede de textos, como descrito por Brechenmacher (2006), e comunidade de práticas, como descrito por Wenger (1999). Com isso, encontramos seis autores, diferente dos três mais famosos, que fizeram parte da comunidade de práticas. Percebemos que a presença destes novos nomes colabora para o processo de ganho de credibilidade da matemática britânica, fator que influencia na ampliação dos espaços para pessoas que trabalhavam com matemática.

Palavras-chave: Teoria dos Invariantes. Jornais de Cambridge. Comunidade de Práticas.

INTRODUÇÃO

¹ Doutorando em Ensino e História da Matemática e da Física (PEMAT/UFRJ) / Docente do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ). magno.ferreira@ifrj.edu.br.

² Doutorando em Ensino e História da Matemática e da Física (PEMAT/UFRJ) / Docente do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ). leandro.dias@ifrj.edu.br.

³ Pós-Doutorando em Ensino e História da Matemática e da Física (PEMAT/UFRJ) / Docente do Colégio Pedro II. profdfnm@gmail.com.



Este trabalho tem o objetivo de apresentar um grupo de matemáticos, que se formou em discussões que foram travadas em artigos publicados nos periódicos britânicos, no desenvolvimento da comunidade matemática do Reino Unido. Entre outros aspectos, estes personagens ganharam notoriedade por conta de suas contribuições para investigações sobre polinômios homogêneos e suas relações com outros campos da matemática.

Em particular, nos referimos ao que ficou conhecido por seu trabalho com a Teoria dos Invariantes. Trata-se da busca por todas as formas algébricas, associadas a polinômios homogêneos, que permanecem inalteradas, a menos de um produto de uma potência do determinante da matriz da transformação, após transformações lineares em suas variáveis. Como exemplo, podemos citar o discriminante de uma forma quadrática em duas variáveis.

A historiografia tradicional aponta George Boole como o autor do texto fundador da teoria, em 1841. Este são os casos de Parshall (2006) e Crilly (1986), que apontam a participação de Cayley e Sylvester como os pioneiros das práticas que fizeram da Inglaterra uma referência no assunto. No entanto, um olhar mais próximo dos artigos que construíram a nova Teoria britânica, nos mostra outros autores com participação significativa nesta história.

Estamos interessados, não apenas nas práticas desses matemáticos pioneiros, mas na circulação de ideias e conceitos nos textos de outros autores. Realizamos uma busca por artigos que lidaram com polinômios homogêneos nos jornais britânicos entre 1837 e 1865. Este intervalo temporal representa o surgimento do Cambridge Mathematical Journal (CMJ), primeiro jornal especializado na área, até a fundação da London Mathematical Society (LMS). Estes dois eventos delimitam um processo de ganho de credibilidade da matemática inglesa, frente aos matemáticos do continente. Sendo assim, estamos interessados em responder a seguinte questão: Quem são os personagens da comunidade formada ao redor das discussões sobre os invariantes?

Como forma de estabelecer a *comunidade britânica dos invariantes* (nome que utilizaremos neste trabalho), o recurso das redes de textos é um meio



de organizar aspectos culturais que identificam o grupo de maneira particular, como descrito por Brechenmacher (2006). De maneira mais específica, as relações intertextuais compõem um coletivo de autores. Esta descrição se aproxima do que Wenger (1999) chama de comunidades de práticas. Trata-se de uma unidade de descrição de um grupo de pessoas que compartilham conhecimentos e iniciativas em função de um objetivo comum. Neste sentido, as comunidades de práticas são descritas a partir de três elementos constitutivos: Domínio, assuntos que são de interesse comum do grupo, no nosso caso os polinômios homogêneos; Comunidade, meio onde as discussões sobre o domínio ocorrem, no nosso caso os jornais britânicos; e Práticas, ideias, conceitos e técnicas que são compartilhadas pelo grupo (WENGER, 1999).

Desta forma, entendemos que os novos autores que surgem das leituras dos artigos que compartilham práticas sobre os polinômios homogêneos, colaboraram para a formação de uma identidade da Teoria dos Invariantes, não apenas por conta dos resultados, que de fato ficaram por conta dos personagens mais famosos, mas pela manutenção de uma tradição que deu continuidade a práticas que caracterizaram agenda iniciada por Cayley na década de 1840.

DA ANALYTICAL SOCIETY AOS JORNAIS DE CAMBRIDGE

O ano de 1837 é emblemático para a história da produção de conhecimento matemático no Reino Unido. Além do início do reinado da rainha Vitória, período que por si só trouxe várias mudanças culturais, o surgimento do Cambridge Mathematical Journal (CMJ) como o primeiro periódico especializado em publicações matemáticas no Reino Unido surge como uma resposta a uma demanda por espaços institucionais de divulgação de pesquisas produzidas na área.

Esta demanda é percebida por dois motivos distintos, porém complementares. O primeiro, e talvez mais esperado, é o número reduzido de participação de matemáticos nos periódicos da época. De acordo com Despeaux



(2002), a *Philosophical Magazine*, as *Transactions* das sociedades científicas como a *Royal Society* e jornais menores como o *Ladies Diary* (um meio de comunicação não especializado, que trazia uma seção de problemas na área), eram os canais de divulgação possíveis para os pesquisadores no assunto. Entretanto, estes jornais também recebiam publicações de várias outras áreas do conhecimento, que limitava o espaço dos matemáticos.

O segundo motivo é ligado a posição de distanciamento das práticas matemáticas produzidas no Reino Unido e no continente. Este fator pode ser percebido através das iniciativas que existiram antes do ano emblemático que citamos no início deste texto, as quais se caracterizaram pela busca de inclusão de métodos analíticos no sistema de ensino das universidades (DURAND-RICHARD, 1999).

É o espírito dessa linguagem simbólica, por esse tato mecânico (tanto em uníssono com todas as nossas faculdades), que leva o olho de uma só vez através das mais intrincadas modificações de quantidade, para condensar páginas em linhas e volumes em páginas; encurtando o caminho para a descoberta e preservando a mente não fatigada por esforços contínuos de atenção às partes menores, para que possa exercer todo o seu vigor naquelas que são mais importantes. ⁴ (ANALYTICAL SOCIETY, 1813, p. i)

Neste trecho do prefácio das memórias da *Analytical Society*, movimento que existiu entre 1812 e 1813, o editor ressalta a importância da pesquisa sobre a linguagem simbólica. Em outro trecho do prefácio encontramos a seguinte afirmação: "O raciocínio simbólico parece ter sido introduzido no mundo sob auspícios desfavoráveis, e ter sido visto em sua infância com olhos de extremo ciúme."⁵ (ANALYTICAL SOCIETY, 1813, p. ii). Estas duas citações nos mostram dois aspectos importantes da sociedade. Primeiro que os membros da sociedade deixam explícito suas intenções de disseminar o pensamento simbólico na

⁴ It is the spirit of this symbolic language, by that mechanical tact, (so much in unison with all our faculties) which carries the eye at one glance through the most intricate modifications of quantity, to condense pages into lines, and volumes into pages; shortening the road to discovery, and preserving the mind unfatigued by continued efforts of attention to the minor parts, that it may exert its whole vigor on those which are more important;

⁵ Symbolic reasoning appears to have been ushered into the world under unfavourable auspices, and to have been regarded in its infancy with an eye of extreme jealousy.



produção matemática britânica e, por outro lado, o reconhecimento de que existiu forte resistência sobre a introdução desta nova abordagem no Reino Unido.

Esta sociedade pode ser entendida como um embrião de uma comunidade de práticas que impulsionou o surgimento dos jornais especializados, uma vez que personagens importantes deste movimento analítico se tornaram professores da Universidade de Cambridge, como é caso de George Peacock (1791 – 1858), revisor do Tripos Exam de 1815 até 1823 e professor de geometria de 1837 até 1859 e Charles Babbage (1791 – 1871), professor de matemática de 1828 até 1839.

Além da Analytical Society, outra iniciativa também visou construir um espaço possível para discussões matemáticas, a Cambridge Philosophical Society. Entendemos que este movimento é uma extensão do anterior, pois ele contou com integrantes que estavam lá, com é o caso do próprio Peacock, Babbage, além de professores da universidade e treinadores dos exames de larga escala (CANNON, 1964).

Muitas produções de pessoas assim ligadas à Universidade foram, em diferentes momentos, recebidas com aprovação. Há, no entanto, razão para acreditar que muitos outros trabalhos - considerados talvez pelos autores deles, não suficientemente consideráveis para publicação separada, mas ainda assim repletos de informações importantes - foram deixados de lado; e que muitas observações, resultado de uma investigação cuidadosa, foram registradas de forma imperfeita. Nessas circunstâncias, pensava-se que grandes vantagens poderiam ser obtidas com o estabelecimento, na Universidade, de uma Sociedade, cujo objetivo principal deveria ser o avanço da Filosofia Natural.⁶ (CAMBRIDGE PHILOSOPHICAL SOCIETY, 1822, p. iv)

Mais uma vez, percebemos a demanda por espaços de publicação para pesquisas de assuntos específicos, ligados a Filosofia Natural. Quando olhamos

⁶Many productions of persons thus connected with the University have, at different times, been received with approbation. There is, however, reason to believe that many other works - deemed perhaps by the authors of them, not sufficiently considerable for separate publication, but yet replete with important information - have been suffered to remain unknown; and that many observations, the result of careful inquiry, have been imperfectly recorded. Under these circumstances, it was thought that great advantages might be derived from the establishment, in the University, of a Society, the main object of which should be the advancement of Natural Philosophy.



para o sumário do primeiro volume deste periódico, encontramos textos de matemáticos, embora também não sejam maioria.

Sendo assim, o cenário para produção de conhecimento matemático no Reino Unido seguiu restrito no primeiro terço do século XIX. Apesar das iniciativas que apresentamos nos últimos parágrafos, notamos que estas não prosperaram ou não eram específicas, de modo a atender a demanda dos matemáticos influenciados pelas mudanças nas universidades, principalmente em Cambridge (DURAND-RICHARD, 1999). Finalmente, em 1837 surge o primeiro meio de comunidade científica, através da iniciativa de dois alunos de Peacock, Archibald Smith (1813 – 1872) e Duncan Gredory (1813 – 1844), o Cambridge Mathematical Journal.

Tem sido lamentável para muitas pessoas, que não existisse um canal adequado, nem nesta universidade nem em nenhum outro lugar deste país, para a publicação de artigos sobre assuntos matemáticos, que não pareciam ter importância suficiente para serem inseridos no Transações de qualquer uma das Sociedades científicas; os dois periódicos filosóficos que existem tendo suas páginas geralmente dedicadas a assuntos físicos.⁷ (GREGORY; SMITH, 1837, p. 1)

Logo no início do primeiro volume do CMJ, podemos notar que a ideia central do jornal foi, justamente, proporcionar o local onde os matemáticos poderiam conduzir suas discussões a respeito de problemas aplicados, como já acontecia nos outros jornais, mas também internos a disciplina. Este periódico contou com três versões: o Cambridge Mathematical Journal, que existiu de 1837 até 1845 com a edição de Gregory e Smith; o Cambridge and Dublin Mathematical Journal (CDMJ), que existiu de 1845 até 1855 com a edição de William Thomson (1824 – 1907); e o The Quarterly Journal os Pure and Applied Mathematics (QJPAM), que existiu a partir de 1857 até 1927, porem consideramos apenas as publicações até 1865, período no qual o jornal contou

⁷ It has been a subject of regret with many persons, that no proper channel existed, either in this University or elsewhere in this country, for the publication of papers on Mathematical subjects, which did not appear to be of sufficient importance to be inserted in the Transactions of any of the Scientific Societies; the two Philosophical Journals which do exist having their pages generally devoted to physical subjects.



com a edição de Sylvester e Norman Ferrers (1829 – 1903). Neste artigo, chamamos todas estas versões de “os jornais de Cambridge”.

A FORMAÇÃO DE UMA COMUNIDADE DE PRÁTICAS DOS POLINÔMIOS HOMOGÊNEOS NOS JORNAIS DE CAMBRIDGE

Como forma de organizar as análises do corpus, optamos por dividir os artigos em três fase, a saber: Fase 1 – 1837 a 1845, período de existência do CMJ; Fase 2 – 1845 a 1855, período do CDMJ; e Fase 3 – 1857 a 1865, período do QJPAM. Desta forma, pudemos identificar os personagens influentes em cada uma das épocas.

A Fase 1 contou com 4 volumes, cada um constituído por 6 números. Sobre os polinômios homogêneos, encontramos 12 artigos sendo 4 publicados por Boole, outros 4 por Cayley, 2 de Gregory, 1 de Smith e 1 de Sylvester. Como um primeiro recorte, percebe-se que estes autores são os personagens centrais da Teoria dos Invariantes e os editores do jornal. Este fator traz indícios a respeito da comunidade que vinha se formando.

Os textos de Boole e Cayley se concentram principalmente nas propriedades das transformações lineares. Isso pode ser visto em seus artigos publicados entre 1841 e 1845. Neste período, encontramos o início da Teoria dos Invariantes britânica, através do texto de Boole (1841) que observou a existência de expressões que permanecem inalteradas após transformações lineares dos polinômios homogêneos. A participação de Cayley segue a mesma linha de seu colega irlandês: em 1844 ele publica “*Chapters in the Analytical Geometry of (n) Dimensions*” e apresenta seus Hyperdeterminantes.

De fato, a pergunta pode ser proposta: "Encontrar todas as derivadas de qualquer número de funções, que tenham a propriedade de preservar sua forma inalterada após quaisquer transformações lineares das variáveis". Por Derivada entendo uma função deduzida de qualquer maneira das funções dadas, e dou o nome de Derivada Hyperdeterminante, ou simplesmente de Hyperdeterminante, àquelas derivadas que têm a



propriedade que acabamos de enunciar.⁸ (CAYLEY, 1845, p. 104)

Nesta introdução do texto “*On Linear Transformations*” podemos notar que o autor propõe o que, de acordo com a historiografia tradicional, ficou conhecido como Teoria dos Invariantes. Os hyperdeterminantes são sequências de determinantes formados a partir da eliminação de uma ou mais coluna de coeficientes.

O trabalho publicado por Sylvester trata da teoria de eliminação e apresenta exemplos de sistemas de equações homogêneas de grau 2 em 3 variáveis. Já os textos de Gregory tratam de interpretação geométrica de funções algébricas, sendo o único autor que conduz suas investigações numa perspectiva analítica. Por último, o texto de Smith trata da redução de polinômios homogêneos para soma de quadrados positivos e negativos, como forma de interpretar os momentos de inércia nos movimentos de rotação de corpos rígidos.

Estes interesses nos mostram que a Fase 1 foi caracterizada pelas investigações que iniciaram a Teoria dos Invariantes. É possível que este seja o motivo pelo qual se colocam estes autores como os únicos, ao lado de Sylvester e Salmon, personagens que participam do desenvolvimento britânico da nova Teoria. Entretanto, quando olhamos para a Fase 2 dos *Jornais de Cambridge*, encontramos novos nomes que apresentaram contribuições para discussões que estavam sendo postas.

A Fase 2 contou com 9 volumes no período em que existiu, todos eles trimestrais. Além disso, o número de autores interessados nos temas que envolveram polinômios homogêneos aumentou significativamente, quando comparamos com a Fase 1, uma vez que o número de autores aumentou de 5 para 16 nesta fase. Além dos personagens pioneiros da Teoria dos Invariantes:

⁸In fact the question may be proposed, "To find all the derivatives of any number of functions, which have the property of preserving their form unaltered after any linear transformations of the variables." By Derivative I understand a function deduced in any manner whatever from the given functions, and I give the name of Hyperdeterminant Derivative, or simply of Hyperdeterminant, to those derivatives which have the property just enunciated.



Boole, Cayley, Salmon e Sylvester, destacamos os autores Thomas Weddle (1817 – 1853), James Cockle (1819 – 1895) e Charles Hermite (1822 – 1901) que, respectivamente através de reflexões sobre geometria no espaço, sugestões de abordagens alternativas e interpretações aritméticas, foram responsáveis por ampliar o escopo das investigações iniciadas na década de 1840.

Sobre os matemáticos já apresentados na Fase 1, destacamos que o desenvolvimento da Teoria dos Invariantes ganha novas etapas pelas mãos de Sylvester, que apresenta a caracterização das propriedades dos invariantes (SYLVESTER, 1851). Neste texto, o autor evidencia sua conexão com o trabalho iniciado por Boole dez anos antes:

Da segunda dessas regras obtemos a primeira lei declarada, acredito, para funções além do segundo grau pelo Sr. Boole, a saber, que o determinante de qualquer função algébrica homogênea (significando, portanto, a resultante de seus primeiros coeficientes diferenciais parciais) é inalterado por quaisquer transformações lineares das variáveis, exceto no que diz respeito à introdução de uma potência do módulo de transformação. Isso também é abundantemente aparente pelo fato de que a nulidade de tal determinante implica uma propriedade imutável, isto é, fixa e inerente, de um certo lugar geométrico correspondente.⁹ (SYLVESTER, 1851, p. 187)

Como podemos ver, o matemático inglês se dedicava a uma discussão geral das propriedades de invariância observadas por Cayley e Boole. Este papel é bem representado por Parshall (1989), que identifica Sylvester como responsável por novas técnicas para gerar formas que permanecem inalteradas, após transformações lineares. Além disso, Sylvester é primeiro a utilizar o termo invariante no artigo *“On the General Theory of Associated Algebraical Forms”*, publicado no CDMJ 6, também em 1851.

⁹ From the second of these rules we obtain the law first stated I believe for functions beyond the second degree by Mr Boole, to wit, that the determinant of any homogeneous algebraical function (meaning thereby the resultant of its first partial differential coefficients) is unaltered by any linear transformations of the variables, except so far as regards the introduction of a power of the modulus of transformation. This is also abundantly apparent from the fact, that the nullity of such determinant implies an immutable, that is, a fixed and inherent, property of a certain corresponding geometrical locus.



Além disso, Sylvester percebe aplicações geométricas para os invariantes. Essa mesma percepção é compartilhada por Salmon, através da abordagem das coordenadas homogêneas de Plücker, quando ele se propõe a classificar curvas de 2ª e 3ª ordens. Neste contexto, ele recorre à nova Teoria como forma de identificar curvas equivalentes.

As contribuições dos três novos personagens também representam desdobramentos. Weddle se dedica a apresentar versões de teoremas de geometria plana no espaço, inspirado nas interpretações que se tornaram possíveis a partir da abordagem em coordenadas homogêneas. Hermite, apesar de não britânico, tem uma participação comparável aos matemáticos pioneiros da Teoria dos Invariantes, embora sua aproximação dos problemas seja de natureza aritmética, em oposição a abordagem algébrica de Sylvester e Cayley (HERMITE, 1854). Por fim, o trabalho de Cockle pode ser visto como uma reflexão sobre a Teoria em si.

MEU objetivo é dar conta de certas funções interessantes também por outras razões, como em relação à sua conexão com a teoria das covariantes. Não preciso negar a intenção de introduzir uma terminologia. Essa questão, acredito, está ou esteve sob a consideração de juízes competentes. Usei os nomes que me pareceram mais convenientes para falar de pesquisas pertencentes a períodos agora um tanto distantes.¹⁰ (COCKLE, 1861, p. 97)

Apesar de não se tratar de um artigo publicado dentro do recorte que apresentamos para este trabalho, este trecho representa bem o papel do autor na formação de uma comunidade de práticas no entorno da Teoria dos Invariantes. Cockle se mostra um personagem que apresenta alternativas sobre a notação e abordagem da Teoria dos Invariantes, ou seja, se coloca como alguém que questionava práticas que vinham se tornando comuns entre os outros autores.

¹⁰ MY object is to give an account of certain functions interesting as well for other reasons as in respect of their connection with the theory of covariants. I need scarcely disclaim the intention of introducing a terminology. That question I believe either is or has been under the consideration of competent judges. I have used such names as seemed to me the most convenient in speaking of researches appertaining to periods now somewhat distant.



Na Fase 3, encontramos novos autores que compartilham das práticas que vinham se desenvolvendo sobre a utilização dos polinômios homogêneos. Mais uma vez, o número de pessoas aumentou em relação à Fase anterior (de 16 para 25), com destaque para três matemáticos específicos: Michael Roberts (1817 – 1882), Francesco Faa di Bruno (1825 – 1888) e Francesco Brioschi (1824 – 1897).

Trata-se de um período no qual a Teoria dos Invariantes já se mostrava consolidada com um objeto de pesquisa em si e os personagens centrais ganhavam notoriedade por conta do processo de internacionalização de tais práticas. Este fator coloca os três nomes que apresentamos no parágrafo anterior como responsáveis por repercussões, tanto em solo britânico quanto no continente.

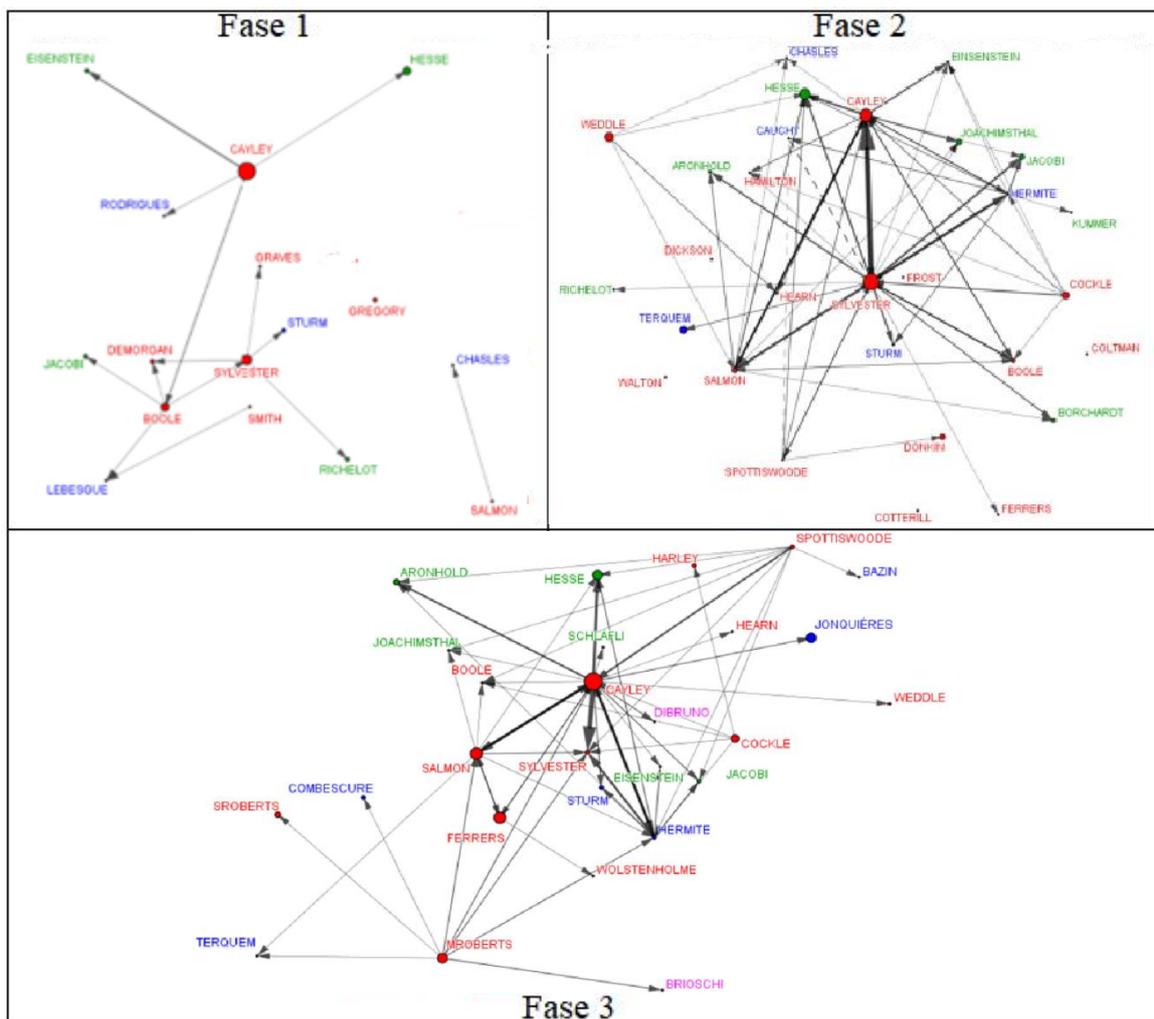
Roberts trata de seguir na descrição de novos invariantes, a partir de combinações de outras formas já desenvolvidas por seus antecessores (ROBERTS, 1861, p. 172). Um ano depois, este autor reconhece as contribuições de Brioschi (ROBERTS, 1862, p. 144), o que mostra um processo de internacionalização da Teoria britânica. Isso vale para a participação de Faa di Bruno, autor de livros textos sobre os invariantes, como é o caso do “Théorie des Formes Binaires”, publicado em 1876, onde o autor apresenta a trajetória evolutiva do assunto, incluindo a participação dos matemáticos dos Estados Alemães. No caso de Brioschi, suas investigações sobre as propriedades da equação característica leva a obra de Sylvester para a Itália, através da divulgação sobre a invariância da diferença entre o número de quadrados positivos e negativos da forma canônica de um polinômio homogêneo de grau 2.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um esquema de evolução das interações dos personagens ao longo das 3 Fases dos *Journals de Cambridge*, nos ajuda a compreender melhor o papel dos matemáticos que apresentamos neste artigo. Para a construção deste

esquema, utilizamos redes de textos como forma de evidenciar estas conexões entre os matemáticos britânicos que lidaram com os polinômios homogêneos entre 1837 e 1865.

Figura 1: Redes de Interações



Fonte: Elaborada pelo autor

Estas redes representam as referências dos autores que tiveram textos publicados nas três fases dos *Jornais de Cambridge* entre 1837 e 1865. Os pontos vermelhos indicam os britânicos, verdes os alemães, azuis os franceses e rosa para o italiano. Além disso, quanto mais artigos um personagem publica maior é o ponto que o representa.



Os vetores também trazem informações sobre a partição dos integrantes da comunidade. Quanto maior é o número de artigos onde o autor A cita o autor B, mais grosso é o vetor que indica esta interação. O comprimento indica uma distância temporal entre os autores. Os pontos são dispostos na rede por círculos concêntricos. No caso de nosso trabalho, os grafos foram construídos com Sylvester centralizado e, a partir dele os outros pontos são colocados de acordo com o momento surgem após a primeira publicação do autor do centro, ou no momento em que são citados por ele. Sendo assim, quanto mais distantes estão os autores, maior foi o tempo até que eles tivessem sua primeira interação.

Com esta descrição, é possível perceber a importância de Cayley e Sylvester para a comunidade como um todo. Sendo o primeiro o autor com mais publicações e o segundo com o maior número de interações com os outros personagens. Essa preponderância da dupla de amigos justifica a percepção da historiografia tradicional a respeito do protagonismo destes matemáticos.

Além destes personagens centrais, Boole e Salmon também surgem como personagens com muitas interações. Suas conexões se revelam mais intensas quando o contato foi com os dois personagens principais da evolução dos invariantes. No caso de Boole, a rede da primeira fase mostra seu papel como fonte inicial da Teoria britânica, pois ele é a única referência nacional de Cayley; as redes da segunda e terceira fases reforçam esta imagem, uma que o autor segue sendo referência dos outros. Por sua vez, Salmon surge mais como articulador dos conceitos, o que se revela nas interações que se apresentam entre ele e os personagens centrais dos invariantes.

O papel dos outros autores que destacamos complementa as discussões iniciadas pelos quatro. Weddle, que tem atuação mais relevante no período da Fase 2, se associa com Salmon por conta das abordagens com coordenadas homogêneas e as outras conexões revelam seu interesse por questões geométricas, fator que o coloca em uma posição paralela da comunidade, apresentando relações importantes entre geometria plana e espacial.

James Cockle se posiciona de forma mais relevante na rede, devido as discussões que ele apresenta a respeito das próprias práticas dos invariantes.



Tanto na Fase 2 quanto na Fase 3, suas associações com os protagonistas da Teoria dos Invariantes revelam seu papel no desenvolvimento das práticas da nova Teoria. O mesmo ocorre com Michael Roberts, que surge apenas no período da Fase 3 e demonstra uma série de associações com autores que tratam da Teoria tanto no Reino Unido quanto no continente.

As redes de interações apresentam outros autores que não tiveram seus artigos publicados nos jornais especializados em matemática. O principal nome nesta situação é William Spottiswoode (1825 – 1883), que é responsável pela divulgação das relações entre as propriedades dos determinantes e da Teoria dos Invariantes nos jornais do continente. Outros autores que surgem na rede trataram do tema, porém não se firmaram como publicadores no assunto.

Por fim, entendemos que a comunidade de práticas que se formou no entorno das discussões sobre os invariantes algébricos, contou com outros personagens que, apesar de não se tornarem protagonistas da história, apresentaram contribuições que influenciaram os passos mais conhecidos. A evolução dos nomes: Cayley, Boole e Sylvester na Fase 1; Cayley, Boole, Sylvester, Salmon, Weddle e Cockle na Fase 2; e Cayley, Boole, Sylvester, Salmon, Weddle, Cockle e Michael Roberts na Fase 3, nos mostram o crescimento do interesse que se perpetuou no Reino Unido e se difundiu no continente.

REFERÊNCIAS

ANALYTICAL SOCIETY. **Memoirs of the Analytical Society**. [S.l.]: Cambridge, 1813.

BOOLE, G. Exposition of a general theory of linear transformations. **Cambridge Mathematical Journal**, v. 3, p. 106–119, 1841.

BRECHENMACHER, F. **Histoire du théorème de Jordan de la décomposition matricielle (1870-1930)**. Formes de représentation et méthodes de décomposition. 726f Tese (Doutorado) – École des Hautes Etudes en Sciences Sociales, França, 2006.

CAMBRIDGE PHILOSOPHICAL SOCIETY. **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**. [S.l.]: Cambridge Press, 1822. v. 1.



CANNON, W. F. Scientists and broad churchmen: an early victorian intellectual network. **Journal of British studies**, Cambridge University Press, v. 4, n. 1, p. 65–88, 1964.

CAYLEY, A. On linear transformations. **Cambridge and Dublin mathematical journal**, v. 1, p. 104–122, 1845.

COCKLE, J. On critical and spencian fuctions, with remarks upon spence's theory. **The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics**, John W. Parker, Son and Bourin, v. 4, p. 97–111, 1861.

CRILLY, T. The rise of cayley's invariant theory (1841–1862). **História matemática**, Elsevier, v. 13, n. 3, p. 241–254, 1986.

DESPEAUX, S. E. **The development of a publication community: Nineteenthcentury mathematics in British scientific journals**. 499f Tese (Doutorado) – Universidade da Virgínia, Estados Unidos, 2002.

DURAND-RICHARD, M.-J.; PARIS, M. **Le réseau des algébristes anglais et la symbolisation de l'opérateur (1812-54)**. 1999.

GREGORY, D.; SMITH, A. **The Cambridge Mathematical Journal**. [S.I.]: GEORGE BELL, 1837–1839. v. 1.

HERMITE, C. Sur la théorie des fonctions homogenes à deux indeterminates. **Cambridge and Dublin Mathematical Journal**, v. 9, p. 172–217, 1854.

PARSHALL, K. H. **Toward a history of nineteenth-century invariant theory**. In: Ideas and their Reception. [S.I.]: Elsevier, 1989. p. 155–206.

PARSHALL, K. H. The british development of the theory of invariants (1841–1895). **BSHM Bulletin**, Taylor and Francis, v. 21, n. 3, p. 186–199, 2006.

ROBERTS, M. On the covariants of a binary quantic of the nth degree, parte 1. **The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics**, John W. Parker and Son, v. 4, p. 168–178, 1861.

ROBERTS, M. On the covariants of a binary quantic of the nth degree parte 2. **The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics**, John W. Parker and Son, v. 5, p. 144–151, 1862.

SYLVESTER, J. J. Sketch of a memoir on elimination, transformation, and canonical forms. **Cambridge and Dublin Mathematical Journal**, v. 6, p. 186–200, 1851.

SYLVESTER, J. J. On the general theory of associated algebraical forms. **Cambridge and Dublin mathematical journal**, v. 6, p. 289–293, 1851.

WENGER, E. **Communities of practice: Learning, meaning, and identity**. [S.I.]: Cambridge university press, 1999.